### МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М. В. ЛОМОНОСОВА

Факультет вычислительный математики и кибернетики

#### Научная конференция

### Ломоносовские чтения

Тезисы докладов

20 марта -3 апреля 2024 года





https://elibrary.ru/usmkyb

Печатается по решению Редакционно-издательского совета факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова

**Ломоносовские чтения.** Научная конференция. 20 марта — 3 апреля Л75 2024 г.: тезисы докладов. — Москва: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ (лицензия ИД 05899 от 24.09.2001); МАКС Пресс, 2024. — 212 с.

e-ISBN 978-5-89407-640-9 (ВМК МГУ) ISBN 978-5-317-07157-8 («МАКС Пресс») https://doi.org/10.29003/m3812.978-5-317-07157-8

В настоящий сборник вошли тезисы докладов секции Вычислительной математики и кибернетики конференции «Ломоносовские чтения — 2024», проводимой Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова в 2024 году.

УДК 519.7 ББК 22.18

**Lomonosov Readings.** Scientific Conference. March 20 – April 3, 2024 : Abstracts. – Moscow : Publishing Department of CMC MSU (license ID 05899 from 24.09.2001); MAKS Press, 2024. – 212 p.

e-ISBN 978-5-89407-640-9 (CMC MSU) ISBN 978-5-317-07157-8 (MAKS Press)

https://doi.org/10.29003/m3812.978-5-317-07157-8

The collection includes report's abstracts of the Computational Mathematics and Cybernetics section of the Lomonosov Readings -2024 conference conducted by the Moscow State University in 2024.

e-ISBN 978-5-89407-640-9 ISBN 978-5-317-07157-8

<sup>©</sup> Издательский отдел факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова, 2024

<sup>©</sup> Авторы докладов, 2024

<sup>©</sup> Оформление. ООО «МАКС Пресс», 2024

В соответствии с Уставом Московского университета и приказом Ректора МГУ № 83 от 31 января 2024 года «О проведении общеуниверситетской научной конференции «Ломоносовские чтения» для представления и обсуждения результатов научно-исследовательских работ по всем тематическим направлениям, подведения итогов деятельности научных подразделений университета в 2023 году, а также согласно плану мероприятий по празднованию 270-летия Московского университета ежегодная научная конференция «Ломоносовские чтения» пройдет на факультете вычислительной математики и кибернетики с 20 марта по 3 апреля 2024 года.

Секция вычислительной математики и кибернетики научной конференции «Ломоносовские чтения» включает следующие подсекции.

Секция 1. Информационная безопасность

(руководитель — академик РАН профессор Соколов И. А.).

Секция 2. Исследование операций

(руководитель — профессор Васин А. А.).

Секция 3. Математическая кибернетика

(руководитель — профессор Ложкин С. А.).

**Секция 4.** Кафедры системного анализа и нелинейных динамических систем и процессов управления (соруководители — академик РАН профессор Куржанский А. Б., профессор Фомичев В. В.).

Секция 5. Дифференциальные уравнения

(руководитель — профессор Ломов И. С.).

Секция 6. Кафедра автоматизации научных исследований

(руководитель — чл.-корр. РАН профессор Посыпкин М. А.).

Секция 7. Системное программирование

(руководитель — академик РАН профессор Аветисян А. И.).

Секция 8. Вычислительные методы

(руководитель — академик РАН профессор Четверушкин Б. Н.).

**Секция 9.** Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов (руководитель — чл.-корр. РАН профессор Смелянский Р. Л.).

**Секция 10.** Теория вероятностей и математическая статистика (руководитель — профессор Королев В. Ю.).

**Секция 11.** Оптимальное управление и дифференциальные игры (руководитель — академик РАН профессор Осипов Ю. С.).

**Секция 12.** Интеллектуальные информационные технологии (руководитель — профессор Машечкин И. В.).

**Секция 13.** Вычислительные технологии и моделирование (руководитель — академик РАН профессор Тыртышников Е. Е.).

Секция 14. Алгоритмические языки

(соруководители — профессор Лукашевич Н. В., доцент Абрамов В. Г.).

Секция 15. Суперкомпьютеры и квантовая информатика

(руководитель — чл.-корр. РАН профессор Воеводин В. В.).

Секция 16. Математическая физика

(руководитель — профессор Разгулин А. В.).

В. С. Анашин Насколько случайны квантовые генераторы случайных чисел? 17  Л. О. Безвершенко, Д. Е. Намиот Автоматическая генерация YARA-правил для повышения уровня обнаружения нового вредоносного программного обеспечения 19  А. В. Егоркин, Д. Е. Намиот Создание модели предиктивного мониторинга системы на основе цифровых метрик
Л. О. Безвершенко, Д. Е. Намиот Автоматическая генерация YARA-правил для повышения уровня обнаружения нового вредоносного программного обеспечения 19 А. В. Егоркин, Д. Е. Намиот Создание модели предиктивного мониторинга системы на основе цифровых метрик
Автоматическая генерация YARA-правил для повышения уровня обнаружения нового вредоносного программного обеспечения
обнаружения нового вредоносного программного обеспечения 19 А. В. Егоркин, Д. Е. Намиот Создание модели предиктивного мониторинга системы на основе цифровых метрик
А. В. Егоркин, Д. Е. Намиот Создание модели предиктивного мониторинга системы на основе цифровых метрик
Создание модели предиктивного мониторинга системы на основе цифровых метрик
цифровых метрик
Ю. А. Задорожная, Б. М. Нутфуллин, Е. А. Ильюшин
2
Обзор состязательных атак на системы с мультимодальными языковыми
моделями
Р.Р. Зайдуллин, Б.М. Нутфуллин, Е.А. Ильюшин
Обзор алгоритмов переводов видеопоследовательности в текст(video-text
retrieval) с использованием мультимодальных больших языковых
моделей
И.Э. Идрисов, Д.Е. Намиот
Сверхразрешение видео на основе глубокого обучения на мобильных ускорителях
Ю. Е. Лебединский, Д. Е. Намиот Обзор атак на большие языковые модели
7,7
А. В. Макаров, Д. Е. Намиот  Децентрализованная система трансляции презентаций на базе сетевой
пространственной близости
3. Р. Назаров, Д. Е. Намиот Безопасность смарт-контрактов
М.В. Порывай, Д.Е. Намиот Обзор метолов естественной аугментации изображений

Р. М. Селевенко, Е. Н. Строева	
Исследование и разработка алгоритма формальной верификации и	
метрики оценки качества на основе методов понижения размерности	
ИНС	30
В. Тан, С. А. Ступников	
Реализация метода верификации корректности интеграции данных в	
RDF	32
И.В. Чижов	
Замыкание обобщенного кода Рида-Соломона и атака фильтрацией на	
кодовую криптосистему, построенную на этих кодах	33
Секция 2. Исследование операций	35
А. С. Ануфриев, А. Н. Дарьина	
Применение многокритериальной оптимизации для оценки Arima	
моделей	35
А. А. Белолипецкий	
Расчет критического времени нагревания лазерной мишени в рабочей	
камере реактора	36
А. А. Васин, О. М. Григорьева, Н. В. Бабаян	
Метод расчета управления накопителем энергии	37
А. А. Васин, А. Д. Сиваченко	
Об оптимальной организации трехуровневой инспекции	39
Д. Ю. Голембиовский, Д. П. Калашников	
Прогнозирование движения цен акций индекса РТС на основе	
исторических значений и новостей	41
А. Ф. Измаилов, Е. И. Усков, Янь Чжибай	
Кусочный метод Левенберга-Марквардта	43
Д. С. Куренной, И. А. Наумов	
Алгоритм балансировки данных для моделирования низкочастотного	
бинарного события с учетом требований к репрезентативности и	
достаточности	44
В. В. Морозов, А. А. Борисов	
Градиентный бустинг в задаче управления финансовым портфелем .	46
В. В. Морозов, А. Д. Осипа	
Оценка бесконечного американского колл-опциона для процессов со	
скачками	47
Н. М. Новикова, И. И. Поспелова, М. А. Щёголев	
Практическое сравнение сходимости линейной свертки и свертки	
Гермейера	48

Содержание	7
Секция 3. Математическая кибернетика	49
Ю. С. Владимирова	4.0
Системы остаточных классов с симметричными основаниями	49
Ю.С. Владимирова, А.И. Фаизов	
Моделирование рассуждений на основе силлогистического метода	<b>5</b> 1
Н.П. Брусенцова	51
С. А. Ложкин, Е. К. Михалев	
О сложности реализации линейной функции алгебры логики в одном классе обобщенных контактных схем	52
В. В. Подымов	
О сложности проверки эквивалентности линейных унарных рекурсивны программ над уравновешенными полугруппами	53
Секция 4. Кафедры системного анализа и нелинейных динамических	
систем и процессов управления	55
Г. А. Ангелов, П. А. Точилин	
Об оценивании множества достижимости управляемой системы при помощи логарифмических матричных норм	55
А. В. Арутюнов, О. А. Васянин	
О точках совпадения	56
А. В. Арутюнов, З. Т. Жуковская, С. Е. Жуковский	
О краевых задачах для неявных дифференциальных уравнений и	
включений	57
Р. Р. Бегишев, А. В. Ильин	
Алгоритм достижения цели группой с применением обучения с	
подкреплением	59
Р. А. Гиргидов	
Модель группы дронов в условиях отсутствия внешней системы	
позиционирования и ограничений по получению координат для дронов	,
находящихся в группе	60
К. А. Журавлева, Н. Г. Павлова	
Положение равновесия в модели рынка как точка совпадения двух	
отображений	63
М. А. Каменщиков	
Синтез непрерывно-дискретных фильтров пониженного порядка	64
А. С. Фурсов, П. А. Крылов	
О реализуемости графа дискретных состояний кусочно-линейной	
аппроксимации для исходной нелинейной аффинной системы	66

К. Ю. Шутова, А. А. Лукьяница	
Повышение точности определения координат автономных роботов путе	M
комплексирования информации от различных датчиков	67
Секция 5. Дифференциальные уравнения	69
А. И. Аристов	
Групповой анализ неклассического нелинейного уравнения второго	
порядка	69
Д. П. Емельянов	
Построение решения задачи для эллиптического дифференциального	<b>7</b> 0
уравнения с вырождением нецелого порядка меньше единицы	70
Н. Ю. Капустин	
Задача для уравнения Бесселя с квадратом спектрального параметра в граничном условии	71
А. М. Савчук, И. В. Садовничая	/ 1
Об эквивалентности базисов из собственных и присоединенных функци	й
операторов Дирака с разделенными краевыми условиями	72
В. В. Тихомиров	
Репликаторные системы в биологии	74
Секция 6. Кафедра автоматизации научных исследований	75
П. Н. Вабищевич, Д. В. Ломасов	
Численное решение стационарных задач вязкой несжимаемой	
жидкости	75
Е. Ю. Ечкина, А. С. Назаров	
Оценка остаточного времени работы промышленного оборудования и	7.0
классификация дефекта	76
И.В. Зотов, Н.В. Вертелецкий	
Применение интегральных параметров магнитных измерений для определения положения тороидального плазменного шнура	78
Д. Ю. Сычугов, А. А. Долматов, А. А. Афонина, М. Д. Марьевич,	70
А. Ю. Юровский	
Адаптация метода опорных векторов к обработке ЭКГ и распознаваник	)
синдрома блокады левой ножки пучка Гиса	79
А. Г. Шишкин, М. В. Никонов, А. А. Долматов	
Применение методов машинного обучения для исследования некоторых	(
задач хеджирования	80
Секция 7. Системное программирование	81
В. А. Бахтин, Н. А. Катаев, М. М. Панькин	
Новые возможности компилятора C-DVMH	81

В. А. Бахтин, Н. А. Катаев, А. А. Романов	0.2
Сравнительная отладка DVMH-программ	83
Л. С. Корухова, Н. А. Лазарев, Р. К. Столяров, А. М. Бирюков	0.4
Исключение пользовательских данных из резервных копий сервисов	84
Л. С. Корухова, Я. Р. Недумов, А. С. Корабулина	0.6
Методы распределения задач аннотирования данных	86
В. А. Крюков, А. С. Колганов, Г. Д. Гусев	
Новые преобразования Фортран-программ в системе	0.7
автоматизированного распараллеливания	87
В. А. Крюков, А. С. Колганов, М. Д. Кочармин	
Автоматизированное распараллеливание Фортран-программ на общую	00
память	89
Т. А. Озерова, О. Д. Борисенко, Д. Ю. Турдаков	
Исследование современных технологий Grid-вычислений и реализация	00
механизма распределения заданий на базе контейнерных технологий.	90
М. А. Соловьев, Д. В. Манушин, Н. С. Голованов	
Методы анализа буферов в памяти при символьном исполнении	0.1
бинарного кода	91
Д. Ю. Турдаков, М. А. Рындин, И. Г. Сазонов	0.3
Разграничение доступа в поисковых системах	93
А. В. Хорошилов, Е. С. Басков	
Архитектурные особенности микроядра и пространства пользователя для	
ОС общего назначения	94
А. В. Хорошилов, В. Ю. Чепцов, М. А. Белов	
Разработка пакета поддержки интерфейса МКИО для ARINC	95
653-совместимой ОСРВ	93
Секция 8. Вычислительные методы	97
Е. А. Леонов, С. В. Богомолов	
Нейросетевой подход к численному решению модели экономического	
роста на основе игр среднего поля	97
Т. М. Лысак, Н. В. Песков, Лай Гансюань	
Автомодельные режимы распространения лазерного излучения при	
генерации второй гармоники в среде с комбинированной	
нелинейностью	98
С. И. Мухин, А. Я. Буничева, А. А. Брындина, В. С. Киселева	
Математическое моделирование диагностики патологий кровообращения	Ŧ
на примере летализированных молелей органов	99

С. И. Мухин, А. Я. Буничева, М. М. Погосбекян Моделирование течения крови с учётом изменения сосудистого профил	ля,
вызванного образованием тромба	
Н. В. Песков, М. М. Слинько, Т. М. Лысак	
Моделирование автоколебаний в каталитических реакциях окисления в	
проточном реакторе	101
И. А. Широков Влияние второй вязкости в задаче моделирования сверхзвукового	
обтекания наклонной пластины	102
А. В. Шобухов	
Математическая модель электролитической диссоциации	104
Секция 9. Кафедра автоматизации систем вычислительных	
комплексов	106
А.В. Александров, Д.Ю. Волканов	
Исследование хеширующих поисковых структур данных для таблицы	
классификации MAC_VLAN сетевого процессорного устройства	106
Д. А. Астраханцев, Д. Ю. Волканов, Г. В. Курячий	
Интерпретатор частично рекурсивных функций	107
Я. А. Басалов, В. В. Балашов	
Распределение нагрузки по неоднородным процессорам посредством	108
разбиения графа работ	100
Д. Ю. Волканов Ключевые особенности современных сетевых процессорных устройств	109
Д. Ю. Волканов, Н. И. Никифоров	107
Двухкритериальная задача распределения программы обработки сетевн	ЫΧ
пакетов на стадии конвейера сетевого процессорного устройства	
Д. Ю. Волканов, Д. М. Стамплевский	
Методы организации повторной обработки пакетов в конвейере сетево	ГО
процессорного устройств	112
И. С. Гарькавый, Е. П. Степанов	
Метод оптимального управления загрузкой очередей маршрутизатора	113
Го Фэнжуй, Р. Л. Смелянский, В. Ю. Королев, Н. Р. Тижин, К. М. Карпов	
Прогнозирование качества сервиса неоднородного канала в сетях	111
передачи данных	114
И. В. Гончаров, В. О. Писковский Исследование влияния характеристик сетевого соединения на	
отказоустойчивость блокчейн-сети в применении к управлению ПКС	116
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

Д. Р. Лысенко, В. О. Писковский	
Исследование методов сжатия данных для оптимизации формирования луча в стандартах LTE и 5G NR с использованием улучшенной передач	ИИ
отчёта CSI	117
Е.О. Лычева, В.О. Писковский	
Прогноз выполнения задач VoD и KV БД на оборудовании сетей	440
доступа	119
А. А. Оконишников, Е. П. Степанов	
Двухконтурный метод балансировки сетевых потоков	120
В. О. Писковский, В. М. Могиленец	
Применение CNN для прогноза выполнения задач VoD и KV БД на	
оборудовании сетей доступа	121
В. О. Писковский, В. Д. Сагалевич	
Исследование времени подготовки АРМ к работе при использовании	
разделяемого сетевого репозитария образов ВМ	122
А.В. Плакунов, Е.П. Степанов	
Сравнительный анализ моделей коммуникации при решении задачи	
балансировки трафика методом машинного обучения	123
А. М. Рязанов, Н. В. Зуев, Д. Ю. Волканов	
Методы разметки трассы сетевого трафика для решения задачи	
прогнозирования качества гетерогенных каналов в сетях передачи	
данных	125
М. О. Тимошкин, Е. П. Степанов	
Многоагентная балансировка пуассоновских потоков с использованием	
методов обучения с подкреплением	127
М. В. Тюшев, Р. Л. Смелянский	
Состояние и перспективы системы имитационного моделирования NPS	128
А. А. Чистобаев, Е. А. Степанов	
Распределенный метод построения маршрутов, обеспечивающих	
требуемую скорость	130
П.П.Шибаев, В.О. Писковский	
Исследование методов оптимизации работы валидаторов в экосистеме	
Cosmos	131
И.К. Шпигун, В.О. Писковский	
Исследование слабосогласованных процедур реконфигурации ПКС при	1
выполнении конкурирующих запросов построения маршрутов	132

Секция 10. Теория вероятностей и математическая статистика	133
А. К. Берговин, В. Г. Ушаков	
Асимптотическое распределение длины очереди в системе обслуживани	Я
со смешанной приоритетной дисциплиной	133
М. О. Воронцов, О. В. Шестаков	
Анализ оценки риска при использовании методов множественной	
проверки гипотез в задачах обработки разреженных массивов слабо	
зависимых данных	134
М. А. Драницына	
Подход к сравнению площадей под фармакокинетической кривой для	
доказательства эквивалентности биодоступности	136
Т.В. Захарова, П.В. Панов	
Процедура сравнения фармакокинетических характеристик	
лекарственных препаратов	137
Е. В. Савушкин	
Численное и аналитическое исследование решений стохастических	
уравнений газовой динамики	138
О.В. Ульянов, Ж. Су, С. Ван	
О приближениях с использованием возмущений оператора Стейна для	1.20
сумм локально зависимых случайных величин	139
Ю. С. Хохлов, Н. В. Торбин	
Об одной характеризации распределения Маршалла-Олкина	141
Секция 11. Оптимальное управление и дифференциальные игры .	142
М. Н. Гончарова, С. П. Самсонов	
О зависимости множества управляемости от параметров одной задачи	
оптимального управления	142
Н. Л. Григоренко	
Об одном классе линейных дифференциальных игр	143
Ю. Н. Киселёв, М. В. Орлов, С. Н. Аввакумов, С. М. Орлов	
Методические особенности монографии «Оптимальное управление.	
Краткий курс»	144
М. С. Никольский	
Линейные управляемые объекты с интегральными ограничениями на	
управления	145
Е. Н. Хайлов	
Билинейная управляемая модель в адаптивной терапии ракового	
заболевания	145

•	
С. А. Шатков	1.46
Построение наблюдателей состояния в ограниченной задаче трех тел	ı 146
<b>Секция 12. Интеллектуальные информационные технологии</b> <i>Ю. А. Васильев</i>	147
Обзор функциональных возможностей библиотеки Survivors для анал	пиза
выживаемости в Python	
М. А. Казачук, О. П. Чикин	
Методы статической аутентификации пользователей по данным датчи	ИКОВ
движения мобильного устройства	. 149
И.В. Машечкин, М.И. Петровский, И.С. Лазухин	
Сети глубокого обучения для построения виртуальных датчиков	
технологических процессов	. 150
Адаптация нейросетевых предсказаний к условиям реального мира в	3
задаче оптимизации маршрутов	
А. В. Мещеряков, К. А. Тэаро	
CosMatch: инструмент для отождествления и поиска астрономически	ΙX
объектов с использованием машинного обучения	. 153
М. И. Петровский, И. С. Лазухин, А. А. Гриненко	
Построение виртуальных анализаторов для производственных процес на основе генеративных нейронных сетей	
И.О. Филимонова, Ю.А. Васильев, М.И. Петровский	
Исследование и разработка генеративно-состязательных нейронных со	етей
для решения задач анализа надежности	. 155
Секция 13. Вычислительные технологии и моделирование	156
Б. И. Валиахметов, Д. В. Лукьяненко, Е. Е. Тыртышников, А. Г. Ягола	
Малоранговые аппроксимации в обратных задачах дистанционного	
зондирования	. 156
Р. Р. Дьяченко, Б. И. Валиахметов, С. А. Матвеев	
Мозаично-скелетонные аппроксимации для быстрого решения уравне	
Смолуховского с полноранговыми ядрами	. 158
В. Я. Киселевская-Бабинина, Т. Е. Санникова	1.50
Разработка и валидация индекса тяжёлого течения COVID-19	. 159
С. А. Матвеев	160
Фазовые переходы в уравнениях агрегации с источником мономеров	160
А. И. Осинский Достижимое за полиномиальное время приближение в задаче поиска	
подматриц максимального объема	

А.В. Сетуха, Чжоу Минъян	
Метод коллокаций решения интегрального уравнения для задач	1.60
рассеяния и излучения электромагнитных волн	163
Чжан Чжибинь, В. А. Ляшев	
Вычислительная устойчивость разложения Холецкого в арифметиках	
различной точности	164
Секция 14. Алгоритмические языки	165
В. Г. Абрамов, Гани Н. А. Абдул	
Прогнозирование временных рядов малой выборки	165
Н. М. Арсенин, А. А. Вылиток	
Сравнение свойств нейросетевых архитектур для задач обработки	
формальных языков	167
Е. И. Большакова, Е. А. Ветрова, В. В. Семак	
Пути автоматизации построения наборов данных с терминологической	
разметкой	168
Е. И. Большакова, Д. Д. Каверина	
Методы выявления устойчивых словосочетаний для пополнения баз	
	170
А. А. Вылиток, А. М. Лобанов	
Характеризация бесконтекстных детерминированных языков с помощы	0
L-графов	171
А. А. Вылиток, К. А. Саурин	
Программная система для работы с L-графами	172
Г. Ю. Гладышев, И. Г. Головин	
Автоматизированное построение деревьев зависимостей, размеченных	
	174
В. Б. Захаров, А. И. Мостяев	
Алгоритмы минимакса в шахматной информатике	175
В. Б. Захаров, Н. С. Пятаков	
Автоматическая классификация шахматных задач	176
А.В. Зубарёв, Н.Э. Ефремова	
Методы распознавания эмоций в текстах и аудиозаписях	177
Ю. С. Корухова, В. Г. Оганесян	
Об одном подходе к реализации шахматной программы с динамической	á
оценкой позиции	
Л. Н. Кузина, Е. В. Кожевников	. 0
Визуализация профилей графических ускорителей с использованием	
	180

Ли Сынгжу, И. Н. Полякова	
Повышение качества модели распознавания жестовых слов с	
использованием временных сегментов	181
Н. В. Лукашевич, А. А. Петрова	
Методы определения эмоций персонажей в литературном	
произведении	183
Н. В. Лукашевич, И. С. Рожков	
Предобученные языковые модели в задаче извлечения вложенных	
именованных сущностей	184
М. Д. Новиков	
Программное обеспечение поддержки практикума на младших курсах	
факультета ВМК	186
И. Н. Полякова, В. В. Самарова	
Автоматическое построение интерфейса для рассчитываемых параметро	
при моделировании процессов на сложных технических устройствах	187
П. А. Степанова, Н. В. Груздева	
Автоматизация построения онтологий	188
Е. Д. Шамаева	
Методы обучения классификатора переходов для синтаксического	
анализа естественного языка	189
А. С. Шеханов, И. Н. Полякова	
Разработка и исследование генераторов псевдослучайных чисел на	
основе динамических моделей	191
Секция 15. Суперкомпьютеры и квантовая информатика	192
М. А. Григорьева, Н. Н. Попова, М. В. Шубин, Д. А. Вартанов	1, <b>2</b>
Методы предиктивного анализа для задач обработки данных в	
распределенных системах поддержки научных проектов класса	
мегасайенс	192
А. В. Кулагин, Мяо Хуэйхуэй	
О суперкомпьютерных моделях квантовых процессов	194
Р. М. Куприй, К. А. Жуков, Б. И. Краснопольский	
Реализация процедуры итерационного уточнения решения систем	
линейных уравнений на графический ускорителях	196
И. М. Никольский, Д. С. Дьяченко	
Эффективная реализация поисковых запросов в больших коллекциях	
облаков точек	197

И. М. Никольский, Т. А Сайбель	
Об анализе трёхмерных цифровых изображений с помощью разбиения	на
примитивы	198
Секция 16. Математическая физика	199
А.В. Баев	
Математическая модель смерча и уравнения Навье-Стокса	199
С. Д. Бажитов, А. В. Разгулин, А. В. Ларичев	
Исследование модели конфокальной оптической системы	200
А. М. Денисов, С. И. Соловьева	
Обратная граничная задача для сингулярно возмущенной системы	
уравнений в частных производных	201
Н. А. Дроздов, Д. В. Сорокин	
Нейросетевой нелокальный метод для задачи совмещения	
биомедицинских изображений	202
М. А. Зыкова, В. В. Лопушенко	
Метод интегральных уравнений в спектральной области в задаче	
дифракции света на эллипсоидальном теле	204
Д. М. Харитонов, В. А. Трофимов	
Соотношение устойчивости решения специального вида системы трех	-
нелинейных уравнений Шредингера и соответствующей ей системы,	
полученной на основе multiscale-метода	205
Авторский указатель	207

Анашин В. С.

#### Насколько случайны квантовые генераторы случайных чисел?

#### Анашин Владимир Сергеевич

Кафедра информационной безопасности, e-mail: vladimir.anashin@cs.msu.ru

Хорошо известно, что, согласно теореме Котельникова-Шеннона, шифр гаммирования математически недешифруем тогда и только тогда, когда гамма является случайной равновероятной последовательностью. В практических же приложениях используется гамма следующих двух типов.

- 1. Гамма, которая вырабатывается с помощью некоторого алгоритма, но считается неотличимой от случайной за полиномиальное время в силу того, что в противном случае за полиномиальное время решалась бы и некоторая эталонная математическая задача, считающаяся трудной в том смысле, что для ее решения не найдено до сих пор алгоритмов, имеющих полиномиальную по времени сложность.
- 2. Гамма, которая вырабатывается некоторым физическим устройством, которое реализует некоторый процесс, считающийся случайным на основании каких-то физических предположений.

Первый тип генераторов гаммы назовем математическими генераторами, а второй — физическими. Многие современные генераторы второго типа являются квантовыми, т.е. в их основе лежат некоторые квантовые процессы (например, блуждание частиц в полупроводниковых сверх-решетках [1]), случайность которых, кроме стандартных процедур тестирования с помощью наборов статистических тестов, обосновывается распространенным тезисом об имманентной случайности квантового мира. Отметим, что тезис об имманентной случайности квантового мира — это не физический постулат, а некоторое предположение, с которым не все физики согласны. Более того, некоторые известные физики разрабатывают интерпретации квантовой механики, в которых отсутствует предположение об имманентной случайности, но зато присутствует предположение о детерминированности. Эти интерпретации разрабатывают такие физики, как например, лауреат Нобелевской премии по физике Жерар эт Хоофт [2], Сабина Хоссенфельдер, Тим Палмер [3].

Таким образом, при использовании квантовых генераторов гаммы ссылаться на имманентную случайность квантового мира как обоснование криптографической стойкости нельзя, как и на то, что гамма, вырабатываемая этими генераторами, не отличается стандартными наборами статистических тестов от случайной, поскольку многие математические генераторы гаммы, заведомо не удовлетворяющей криптографическим требованиям, тоже успешно проходят все статистические тесты. Следовательно, требуется какой-то иной метод обоснования того, что квантовый генератор гаммы является приемлемым для

18 Анашин В. С.

использования в потоковых шифраторах. Именно этот вопрос был поставлен разработчиками квантового генератора [1] перед автором данной статьи. В результате им были доказаны теоремы, суть которых состоит в том, что поскольку любое измерение физической величины дает приближенный, а не точный численный результат, то никакими физическими измерениями невозможно отличить детерминированную последовательность от случайной. Строгую математическую формулировку теорем и доказательства см. в [4]. Чуть более точно одну из этих теорем можно на содержательном уровне сформулировать так: любое хаотическое (в математическом смысле) преобразование может быть с любой наперед заданной точностью смоделировано детерминированной функцией, т.е., функцией, задаваемой некоторым автоматом Мили. Общая идея этого подхода состоит в том, что рациональные целые p-адические числа всюду плотны как в поле действительных чисел, так и в кольце  $\mathbb{Z}_p$  целых p-адических чисел, а поскольку, как известно, функции, задаваемые автоматами Мили, составляют в точности множество всех функций, удовлетворяющих условию Липшица с константой 1 относительно p-адической метрики, то оказывается возможным выделить класс таких функций, которые равномерно приближают и функции действительного аргумента относительно действительной метрики.

В результате оказывается, что для обоснования «приемлемой случайности» последовательностей, вырабатываемых квантовым генератором случайных чисел, требуется оценить число состояний автомата, моделирующего данный генератор с точностью, максимально возможной для измерения значений соответствующих физических величин. Согласно современной физической картине мира, эта точность заведомо не может быть лучше соответствующих планковских единиц (планковского времени, планковской длины и т.п.), хотя, разумеется реальная точность, достижимая ныне, на десятки порядков хуже планковской. Оказалось, что в принципе такие оценки дать возможно, и они для максимальной теоретически достижимой точности оказались с физической точки зрения большими, порядка числа всех протонов во Вселенной. С точки зрения современной криптографии это число, однако, не столь уж и велико, порядка  $10^{80}$ . Это ставит некоторые вопросы о том, как и какой величной следует оценивать допустимую стойкость криптографических систем, использующих последовательности, вырабатываемые физическими генераторами случайных чисел.

- [1] Han Wu, et. al. Design and implementation of true random number generators based on semiconductor superlattice chaos // Microelectronics Journal. 2021. vol. 114. A. 105119
- [2] 't Hooft G. The Cellular Automaton Interpretation of Quantum Mechanics. NY. : Springer, 2016.

- [3] Hossenfelder S., Palmer T. Rethinking superdeterminism // Frontiers in Physics. 2020. vol. 8. A. 139
- [4] Anashin V. Free Choice in Quantum Theory: A p-adic View. // Entropy. 2023. vol. 25, № 5. A. 830

## Автоматическая генерация YARA-правил для повышения уровня обнаружения нового вредоносного программного обеспечения

Безвершенко Леонид Олегович, Намиот Дмитрий Евгеньевич Кафедра информационной безопасности, e-mail: lbezvershenkoo@yandex.ru, dnamiot@gmail.com

В современном цифровом мире, где вредоносное программное обеспечение (ВПО) непрерывно эволюционирует, обеспечение эффективной защиты информационных систем от ВПО становится все более сложным и критическим аспектом информационной безопасности. Новые варианты вредоносных программ, постоянно изменяющие свои техники и тактики, представляют серьезные вызовы для существующих методов обнаружения и борьбы с ними.

Одним из первых предложенных и широко использованных подходов для выявления ВПО является сигнатурный анализ. Этот метод основывается на использовании уникальных сигнатур или признаков, характеризующих конкретные вредоносные файлы. Главным ограничением данного подхода является отсутствие возможности обнаружить новые или измененные варианты вредоносных программ, для которых сигнатуры еще не созданы.

На данный момент широко используемым инструментом для сигнатурного анализа является YARA [1]. YARA – мощный и гибкий инструмент для создания сигнатурных правил и последующего поиска в файлах или потоках данных на основе этих правил. Основной принцип работы данного инструмента заключается в создании правил, которые описывают уникальные характеристики или сигнатуры вредоносных программ. Условия могут включать сигнатуры, строковые паттерны, двоичные последовательности, метаданные, характеристики и другие атрибуты, которые могут быть связаны с определенным типом вредоносного ПО или подозрительного файла. Также поддерживается использование переменных, операторов и функций, что дает аналитикам большой контроль над процессом анализа.

В настоящее время создание эффективных YARA-правил для новых угроз требует значительных ресурсов и экспертных знаний в области вредоносных программ. Однако с учетом динамики развития ВПО, требуется инновационный подход к автоматизации процесса создания правил с целью обеспечения более высокого уровня обнаружения и адаптации к изменяющимся угрозам.

В данной работе рассматриваются алгоритмы и методы, используемые в существующих инструментах для решения поставленной задачи, а также их

ограничения. В инструменте yarGen [2] для генерации правил используются нечеткие (fuzzy) регулярные выражения, классификатор наивного Байеса и модель детектора бессмысленной информации, основанная на цепи Маркова. В работе [3] предлагается использовать большие п-граммы совместно с новым алгоритмом бикластеризации. В работе [4] рассматривается применение нечетких хэшей, а также встраивание нечетких правил в правила YARA для оптимизации их производительности во время этапа выполнения. В инструменте YaraML [5], разработанном компанией SophosAI, применяются методы машинного обучения, такие как логистическая регрессия и метод случайного леса.

#### Список литературы

- [1] VirusTotal. (2019) YARA in a nutshell. https://virustotal.github.io/yara/
- [2] Florian Roth. (2013). yarGen. https://github.com/Neo23x0/yarGen
- [3] Raff, E., Zak, R., Lopez Munoz, G., Fleming, W., Anderson, H., Filar, B., Nicholas, C., & Holt, J. (2020). Automatic Yara Rule Generation Using Biclustering. In Proceedings of the 13th ACM Workshop on Artificial Intelligence and Security. ACM.
- [4] Naik, N., Jenkins, P., Savage, N., Yang, L., Naik, K., & Song, J. (2020). Embedding Fuzzy Rules with YARA Rules for Performance Optimisation of Malware Analysis. 2020 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE).
- [5] Saxe, J. (2020). YaraML. https://github.com/sophos-ai/yaraml\_rules/

## Создание модели предиктивного мониторинга системы на основе цифровых метрик

**Егоркин Андрей Владимирович, Намиот Дмитрий Евгеньевич** Кафедра информационной безопасности, e-mail: egorkinandrewv@mail.ru, dnamiot@gmail.com

**Проблемы мониторинга.** Мониторинг системы является одной из проблем крупных IT-компаний. Из-за большого расширения инфраструктуры, его очень трудно выполнять вручную, и не всегда можно вовремя реагировать на инциденты. Человеческие ошибки несут финансовые и репутационные риски компании. Однако, процесс мониторинга можно сделать более безопасным, используя модели, основанные на машинном обучении. Можно предсказывать поведение системы на необходимом для реагирования временном отрезке, что снизит риск внезапных инцидентов безопасности.

**Архитектура системы.** Мониторинг выполняется при помощи метрик, собираемых с оборудования. В данном случае, они собираются через систему Prometheus. Для обучения модели, нужно использовать большой набор данных, соответственно, собранные метрики нужно какое-то время хранить. Для этого

была выбрана база данных PostgreSQL. После обучения на данных и работы модели, спрогнозированные значения также попадают в базу данных, откуда поступают в Grafana для визуализации и удобного анализа человеком. Так как система состоит из нескольких обособленных пространств, получается микросервисная архитектура.

**Математическая основа модели прогнозирования.** Так как модель планируется для использования в промышленной среде, в её основу взят метод Хольта—Винтерса (или же тройного экспоненциального сглаживания) [1], поскольку он обладает важными качествами:

- 1. Сильной реакцией на мгновенные изменения, что позволит реагировать на внезапное аномальное поведение системы
- 2. Параметром сезонности, при помощи которого можно делать качественные предсказания на длительном временном отрезке и правильно обрабатывать поведение системы, которое, несмотря на кажущуюся "аномальность", не является аномальным (например, резкие скачки или падения метрик в определенное время суток или день недели)

Обучение модели (подбор оптимальных параметров метода Хольта—Винтерса) осуществляется при помощи кросс-валидации временных рядов. Система основана на Kubernetes, соответственно, в ней время от времени могут появляться и пропадать поды ("строительные блоки" Kubernetes), а у новых подов недостаточно данных для обучения. Для их обработки использован более простой метод, аппроксимация при помощи метода наименьших квадратов [2]. Мы получаем худшие предсказания, однако не теряем новые поды из вида, и можем реагировать, если с ними что-то пойдёт не так.

**Заключение.** В итоге, мы получаем систему, которая способна упростить и улучшить работу людей, занимающихся мониторингом. Конечно, мы не сможем предсказать абсолютно правильное будущее, но в случае повышения нагрузки на систему, можно будет заранее знать о потенциальном сбое и заблаговременно предпринять меры по предотвращению инцидента.

Автор выражает благодарность П. Н. Турчину за постановку задачи. Работа выполнена при поддержке ПАО "Сбербанк".

- [1] Prajakta S. Kalekar Time series Forecasting using Holt-Winters Exponential Smoothing // Kanwal Rekhi school of information Technology 6 декабря 2004 г.
- [2] Bruce E. Hansen Least-squares forecast averaging // Journal of Econometrics Volume 146, Issue 2, октябрь 2008, с. 342–350

#### ОБЗОР СОСТЯЗАТЕЛЬНЫХ АТАК НА СИСТЕМЫ С МУЛЬТИМОДАЛЬНЫМИ ЯЗЫКОВЫМИ МОДЕЛЯМИ

### Задорожная Юлия Андреевна, Нутфуллин Булат Маратович, Ильюшин Евгений Альбинович

Кафедра информационной безопасности, e-mail: j.zadorozhnaya2707@gmail.com, bulat15g@gmail.com, e.ilyushin@cs.msu.ru

В последние годы наблюдается значительный прогресс в развитии мультимодальных моделей, которые, благодаря увеличению объема данных, повышению сложности моделей и росту вычислительных мощностей демонстрируют такие возможности, как работу с различной модальностью данных, перевод из одной модальности в другую, а также последовательное рассуждение и контекстное дополнение во время взаимодействия [1]. Это обеспечивает более комплексное понимание контекста за счет использования различных типов данных, включающих в себя не только визуальные, текстовые и аудиовизуальные элементы, но и пространственные данные, такие как тепловые карты и облака 3D точек.

Системы реального времени, использующие преимущества работы с различными модальностями данных, применяются для обеспечения автоматизации клиентских сервисов и персонализированного взаимодействия с пользователями, анализа рыночных трендов и прогнозирования потребительского поведения. Исследование атак на мультимодальные модели критически важно для обеспечения их безопасности и надежности во время использования. Необнаруженные уязвимости могут привести к нарушению конфиденциональности и намеренным манипуляциям выходных данных, показывая вредоносные ответы пользователю [2]. Анализ потенциальных атак позволяет улучшать защитные механизмы моделей, гарантируя, что они защищены от стороннего вмешательства.

В рамках работы был проведен сравнительный анализ атак на модели LLaMA-2-13B-Chat [3], LlaVa и PandaGPT [4], LlavaR [5] используя визуальные состязательные примеры, созданные с помощью различных методов, включая FGSM, Auto-PGD и другие. Исследованы также целевые атаки с ожиданием получения вредоносного контекста, внедрение вредоносных инструкций и атаки на утечку контекста. Эти методы атак демонстрируют, как состязательные примеры могут влиять на поведение мультимодальных моделей, внедренных в повседневное пользование, не меняя содержание тестового ввода [2].

- [1] Yin S. et al. A Survey on Multimodal Large Language Models //arXiv preprint arXiv:2306.13549. 2023.
- [2] Fu X. et al. Misusing Tools in Large Language Models With Visual Adversarial Examples //arXiv preprint arXiv:2310.03185. 2023.

- [3] Bailey L. et al. Image hijacks: Adversarial images can control generative models at runtime //arXiv preprint arXiv:2309.00236. 2023.
- [4] Bagdasaryan E. et al. (Ab) using Images and Sounds for Indirect Instruction Injection in Multi-Modal LLMs //arXiv preprint arXiv:2307.10490. 2023.
- [5] Zhang Y. et al. Llavar: Enhanced visual instruction tuning for text-rich image understanding //arXiv preprint arXiv:2306.17107. 2023.

# ОБЗОР АЛГОРИТМОВ ПЕРЕВОДОВ ВИДЕОПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ В ТЕКСТ(VIDEO-TEXT RETRIEVAL) С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МУЛЬТИМОДАЛЬНЫХ БОЛЬШИХ ЯЗЫКОВЫХ МОДЕЛЕЙ

Зайдуллин Ризван Рустемович, Нутфуллин Булат Маратович, Ильюшин Евгений Альбинович

Кафедра информационной безопасности, e-mail: rizvanzaidullin@gmail.com, bulat15g@gmail.com, e.ilyushin@cs.msu.ru

С приходом эры больших данных видеоконтент стал основным источником обучения и развлечения. Стремительное увеличение количества мультимедийной информации существенно повышает значимость быстрой обработки видео и извлечения информации из него. Поиск нужной информации занимает много времени. Для решения этой проблемы могут использоваться алгоритмы перевода видеопоследовательности в текст (video-text retrieval)[1], которые могли бы быстро описать происходящее на видео, что существенно ускорит обработку информации.

Перевод видео в текст является очень трудоемкой задачей. Одним из способов решения задачи перевода видео в текст являются мультимодальные модели, которые, благодаря увеличению объема данных, усложнению моделей и росту вычислительных мощностей, могут работать с разными модальностями данных, переводить из одной модальности в другую, рассуждать последовательно и использовать контекст. За последние несколько лет был достигнут большой прогресс в развитии таких моделей. Они могут одновременно взаимодействовать с текстом, аудиоинформацией и изображением, что дает возможность обрабатывать деконструированную видеопоследовательность. Проблема в том, что при таком разложении видео часть информации теряется, поэтому ведутся активные исследования по созданию более точного решения.

В рамках работы был проведен сравнительный анализ решения задачи перевода видеопоследовательности в текст с использованием классификатора CLIP[2, 3] и различных мультимодальных моделей[4]. Были рассмотрены архитектуры различных подходов к решению задачи. Кроме того, были выявлены

ключевые направления для улучшения решения задачи, такие как увеличение длительности видео, более подробное описание происходящего на нем.

#### Список литературы

- [1] Cunjuan Zhu and Qi Jia and Wei Chen and Yanming Guo and Yu Liu et al. Deep Learning for Video-Text Retrieval: a Review //arXiv preprint arXiv:2302.12552. 2023.
- [2] KunChang Li and Yinan He and Yi Wang and Yizhuo Li and Wenhai Wang and Ping Luo and Yali Wang and Limin Wang and Yu Qiao et al. VideoChat: Chat-Centric Video Understanding //arXiv preprint arXiv:2305.06355. 2024.
- [3] Kevin Qinghong Lin and Pengchuan Zhang and Joya Chen and Shraman Pramanick and Difei Gao and Alex Jinpeng Wang and Rui Yan and Mike Zheng Shou et al. UniVTG: Towards Unified Video-Language Temporal Grounding //arXiv preprint arXiv:2307.16715. 2023.
- [4] Bin Lin and Yang Ye and Bin Zhu and Jiaxi Cui and Munan Ning and Peng Jin and Li Yuan et al. Video-LLaVA: Learning United Visual Representation by Alignment Before Projection //arXiv preprint arXiv:2311.10122. 2023.

## Сверхразрешение видео на основе глубокого обучения на мобильных ускорителях

Идрисов Ибрагим Эскирханович, Намиот Дмитрий Евгеньевич

Кафедра информационной безопасности, e-mail: iidrisov@outlook.com, dnamiot@gmail.com

С ростом популярности устройств отображения высокой и сверхвысокой четкости медиа контент соответствующего разрешения становится более распространенным и желаемым, а потому возрастает и значимость проблем более эффективного использования хранилищ информации и ограниченности пропускной способности каналов связи.

Задача сверхразрешения заключается в получении изображения SR, являющегося восстановленным вариантом изображения с высоким разрешением HR из соответствующего ему одного или нескольких изображений с низким разрешением LR. В реальном мире это позволяет обходиться ресурсами, необходимыми лишь для хранения и передачи контента малого размера.

В общем случае методы сверхразрешения (одиночного) изображения обрабатывают одно изображение за раз, тогда как алгоритмы сверхразрешения видео предполагают обработку нескольких последовательных изображений (кадров) одновременно [1], чтобы использовать взаимосвязи между ними.

Благодаря успеху алгоритмов глубокого обучения в различных областях, методы сверхразрешения, основанные на них, получили широкое распространение, однако достижение высокого качества требует больших вычислительных затрат. Более того, когда дело доходит до развертывания моделей на мобильных

устройствах, необходимо учитывать особенности используемых мобильных ускорителей для разработки более эффективных решений [2].

В рамках работы рассматриваются конкретные сценарии для решения задачи серхразрешения видео. Исходное разрешение видео составляет  $640 \times 360$ , а целевые разрешения:  $1280 \times 720$  (увеличение в 2 раза) и  $1920 \times 1080$  (увеличение в 3 раза). В качестве тестовой среды разработано мобильное приложение, позволяющее проигрывать тестовые видео стандарта H.264 в цветовом пространстве YCbCr 4:2:0 и выполнять профилирование. В результате работы демонстрируется эффективность предложенных подходов, оценивается визуальное качество и возможность расчета в реальном времени (воспроизведение со скоростью 30 кадров секунду) на мобильных ускорителях, выполняется сравнение с существующими легковесными подходами [3].

#### Список литературы

- [1] Daithankar M. V., Ruikar S. D. Video Super Resolution: A Review // ICDSMLA 2019. Lecture Notes in Electrical Engineering. 2020. Vol. 601. P. 488–495.
- [2] Ignatov A. et al. Power Efficient Video Super-Resolution on Mobile NPUs with Deep Learning, Mobile AI & AIM 2022 Challenge: Report // Computer Vision ECCV 2022 Workshops. 2022. Vol. 13803. P. 130–152.
- [3] Ignatov A. et al. Real-Time Video Super-Resolution on Smartphones with Deep Learning, Mobile AI 2021 Challenge: Report // 2021 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops. 2021. P. 2535–2544.

#### Обзор атак на большие языковые модели

Лебединский Юрий Евгеньевич, Намиот Дмитрий Евгеньевич

Кафедра информационной безопасности, e-mail: lebedinskiyyue@gmail.com, dnamiot@gmail.com

В последние годы большие языковые модели (LLM) продемонстрировали значительные успехи в различных задачах обработки естественного языка, включая машинный перевод, суммаризацию и ответы на вопросы (QA). Это привело к увеличению их использования как в академических исследованиях, так и в коммерческих приложениях. Однако, с ростом популярности LLM, также возрастают и риски, связанные с их использованием [1, 2].

В данной работе рассматриваются возможные атаки на LLM, предлагается классификация атак. Атаки на LLM могут быть классифицированы по различным критериям, например, по способу воздействия на модель. Атаки могут быть направлены на отравление данных, которые используются для обучения модели. Такие атаки могут приводить к смещению ответов модели в разных областях или к возможности использования специальных запросов (триггеров) для получения некорректного поведения модели. Так же атаки могут представлять из себя специальные запросы, которые направлены на получение некорректных ответов модели или на получение конфиденциальных данных.

Для защиты от атак на LLM необходимо принимать меры предосторожности. Например, можно использовать методы проверки и верификации данных, чтобы убедиться в их достоверности и надежности. Также можно использовать методы защиты модели, такие как обучение на зашумленных данных или использование методов анонимизации.

В заключение, атаки на LLM представляют собой серьезную угрозу для безопасности и надежности систем обработки естественного языка. Однако, с помощью правильных мер предосторожности и исследований в этой области, можно минимизировать риски и обеспечить безопасность и надежность LLM.

#### Список литературы

- [1] Privacy in Large Language Models: Attacks, Defenses and Future Directions / Haoran Li, Yulin Chen, Jinglong Luo, Yan Kang, Xiaojin Zhang, Qi Hu, Chunkit Chan, Yangqiu Song // arXiv:2310.10383. 2023.
- [2] Badhan Chandra Das, M. Hadi Amini, Yanzhao Wu. Security and Privacy Challenges of Large Language Models: A Survey // arXiv:2402.00888. 2024.

## ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННАЯ СИСТЕМА ТРАНСЛЯЦИИ ПРЕЗЕНТАЦИЙ НА БАЗЕ СЕТЕВОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ БЛИЗОСТИ

Макаров Артём Владимирович, Намиот Дмитрий Евгеньевич

Кафедра информационной безопасности, e-mail: artmakar01@mail.ru, dnamiot@gmail.com

Кобраузинг (co-browsing) — это технология, которая позволяет нескольким пользователям взаимодействовать с одной и той же веб-страницей за счет синхронизации действий. Данный инструмент обычно используется в контактных центрах, службах поддержки и продажах, где операторы могут работать с клиентами, чтобы решить проблемы или помочь им в покупке продукта или услуги. Сервисы с кобраузингом существуют давно, и пришли они из электронной коммерции, когда группа людей с общими интересами, участники которой физически находились рядом, хотели посмотреть и обсудить материал на одной и той же веб-странице.

Частным случаем кобраузинга является совместный просмотр презентаций. Главное отличие заключается в том, что эта задача рассчитана только на синхронизацию слайдов, в то время как общая задача позволяет ретранслировать любые веб-страницы. Как правило, сервисы для совместного просмотра веб-страниц используют вспомогательный сервер, основной задачей которого является пересылка изменений с одного клиента на другие. Подобные решения требуют дополнительных действий от пользователя, таких как, регистрация в сервисе, который предоставляет услугу кобраузинга или совместного просмотра слайдов, аутентификация, создание общей комнаты и передача ссылки

на неё. Понятно, что без этого не обойтись при решении задачи кобраузинга в общем виде. Однако если требуется организовать совместный просмотр веб-ресурсов или презентаций для компании участников, расположенных физически рядом, то в таком случае можно избежать большинства действий и тем самым предоставить людям более хороший пользовательский опыт.

Одним из главных шагов, предложенных в данной работе, является отказ от использования дополнительного сервера. Вместо него для совместного просмотра презентаций предлагается использовать модель сетевой пространственной близости [1]. В данной концепции гео-координаты заменяются идентификацией узлов беспроводных сетей. В качестве способа определения близости беспроводных устройств предлагается использовать их ограниченную область распространения сигнала. Данный подход обеспечивает конфиденциальность совместных мероприятий, а также предоставляет группе людей возможность свободно перемещаться, например, из одной аудитории в другую, при этом сохраняя сессию кобраузинга.

В настоящей работе были рассмотрены и исследованы различные сетевые технологии [2,3] и модели информационного вещания для мобильных устройств [4]. В результате выполнения работы автором предложена собственная модель децентрализованной системы трансляции презентаций, в основе которой лежит концепция сетевой пространственной близости. На базе данной модели разработано мобильное приложение «Proximity Slides» для ОС Android [5].

- [1] Намиот Д. Е. Сетевая пространственная близость между мобильными устройствами // International Journal of Open Information Technologies. 2021. Т. 9, № 1. С. 80–85.
- [2] Намиот Д. Е. Wi-Fi Direct как технологическая основа для гипер-локального интернета // International Journal of Open Information Technologies. 2020. Т. 8, № 6. С. 77–82.
- [3] Sofi M. A. Bluetooth Protocol in Internet of Things (IoT), Security Challenges and a Comparison with Wi-Fi Protocol: A Review // International Journal of Engineering Research Technologies. 2016. T. 5, № 11. C. 461–467.
- [4] Трушкина Е. А., Намиот Д. Е. Обмен данными между мобильными устройствами без организации соединений // International Journal of Open Information Technologies. 2022. Т. 10, № 9. С. 99–114.
- [5] Репозиторий с исходным кодом приложения «Proximity Slides». [Электронный ресурс]. URL: https://github.com/archie1602/ProximitySlides (дата обращения: 01.03.2024).

#### Безопасность смарт-контрактов

#### Назаров Захар Романович, Намиот Дмитрий Евгеньевич

Кафедра информационной безопасности, e-mail: zaxar12102001zaxar@gmail.com, dnamiot@gmail.com

**Что такое смарт-контракт?** Смарт-контракт — это программный код, который работает в семантике «если это, тогда то» и хранится в блокчейне. Алгоритм его работы похож на алгоритм работы вендингового аппарата: при выборе определенного товара и внесении достаточной суммы в аппарат, он выдаст выбранный товар и при необходимости вернет сдачу. Смарт-контракт регулирует выполнение заранее прописанного соглашения между двумя или более сторонами в цифровой среде. Отличие таких цифровых соглашений от традиционных в том, что для них не требуется третья доверенная сторона.

**Для чего нужны смарт-контракты?** Смарт-контракты используются [1] для автоматизации и упрощения выполнения различных видов соглашений, таких как финансовые транзакции, управление активами, организация электронных голосований и многое другое. Они позволяют устранить необходимость доверия к третьим сторонам, снизить транзакционные издержки и риски мошенничества.

**Отличие смарт-контракта от обычной программы.** Смарт-контракты отличаются от обычных программ тем, что они выполняются в распределенной среде, например в Ethereum [2], у них открытый исходный код и, в основном, их нельзя изменить после развертывания в сети.

**Безопасность смарт-контрактов.** Неизменность смарт-контрактов после развертывания, а также их открытость устанавливают высокую планку безопасности смарт-контрактов. Ошибки в коде несут высокие риски, так как любой человек сможет найти их, внимательно изучив код, и, при возможности, проэкспулатировать. Разработчик либо ничего не сможет сделать с ошибками, либо придется пересоздавать смарт-контракт. Также существует множество других угроз, связанных с функционированием смарт-контрактов, например, угроза "повторного входа" (Reentrancy [3]).

В данной работе рассматриваются особенности блокчейн-сетей, смарт-контрактов, их основные уязвимости, методы и подходы к обеспечению безопасности смарт-контрактов.

- [1] Szabo N. Formalizing and securing relationships on public networks //First monday. 1997.
- [2] Buterin V. et al. Ethereum white paper //GitHub repository. 2013. T. 1. C. 22-23.

[3] Liu C. et al. Reguard: finding reentrancy bugs in smart contracts //Proceedings of the 40th International Conference on Software Engineering: Companion Proceedings. – 2018. – C. 65-68.

## Обзор методов естественной аугментации изображений

Порывай Максим Викторович, Намиот Дмитрий Евгеньевич

Кафедра информационной безопасности, e-mail: maximporyvay@yandex.ru, dnamiot@gmail.com

**Методы естественной аугментации изображений.** Среди современных методов аугментации изображений есть такие, которые направлены на защиту обучаемой модели от различных атак, например, состязательных. Однако известно, что даже при отсутствии атак модель в реальных условиях может работать значительно хуже, чем на обучении и валидации.

В данной работе было решено сконцентрироваться на методах аугментации изображений, результат применения которых близок к естественным воздействиям на объекты окружающей среды, с которыми модели машинного обучения могут столкнуться в промышленном применении: со стороны погодных условий; связанных с особенностями эксплуатации или неисправностями приборов восприятия окружающего мира (например, камер), и т. д. Подобные методы аугментации было решено называть методами естественной аугментации изображений.

**Актуальность.** Структурирование и анализ методов естественной аугментации изображений могут принести существенную практическую значимость. Например, если бы исследователи методов машинного обучения, а также те, кто занимается разработками моделей машинного обучения непосредственно для индустрии, могли бы на основе данного анализа более просто и в то же время осознанно принимать решения, какие из методов аугментации изображений лучше подойдут для их конкретного случая, это бы сэкономило им достаточное количество времени и затраченных ресурсов.

**Рассмотренные методы аугментации.** Известные на данный момент методы естественной аугментации изображений в данной работе было решено разделить на следующие группы:

- Основанные на добавлении на изображение погодных артефактов [1,2].
- Основанные на добавлении на изображение артефактов камеры [3, 4].
- Основанные на подмене фона для основного объекта на изображении [5].

**Рассмотренные программные библиотеки.** Также были рассмотрены существующие программные библиотеки для аугментации изображений. Так, например, библиотека Albumentations, имеющая интеграцию с PyTorch, предоставляет множество простейших естественных аугментаций, библиотека ImgAug

предоставляет более широкий спектр возможных «погодных» аугментаций, а библиотека Augmentor предоставляет возможность добавлять на изображения разнообразные эффекты искажения камеры.

#### Список литературы

- [1] Rain Rendering for Evaluating and Improving Robustness to Bad Weather / M. Tremblay, S. S. Halder, R. de Charette, J. F. Lalonde // International Journal of Computer Vision. 2021. T. 129. C. 1–20.
- [2] Let's Get Dirty: GAN Based Data Augmentation for Camera Lens Soiling Detection in Autonomous Driving / M. Uřičář, G. Sistu, H. Rashed, A. Vobecký, V. R. Kumar, P. Křížek, F. Bürger, S. Yogamani // IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV). 2021. C. 766–775.
- [3] Kamann C., Rother C. Benchmarking the Robustness of Semantic Segmentation Models // IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2020. C. 8825–8835.
- [4] 3D Common Corruptions and Data Augmentation / O. Kar, T. Yeo, A. Atanov, A. Zamir // IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2022. C. 18941–18952.
- [5] McLaughlin N., Del Rincon J. M., Miller P. Data-augmentation for reducing dataset bias in person re-identification // 12th IEEE International Conference on Advanced Video and Signal Based Surveillance (AVSS). 2015. C. 1–6.

# ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ФОРМАЛЬНОЙ ВЕРИФИКАЦИИ И МЕТРИКИ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ПОНИЖЕНИЯ РАЗМЕРНОСТИ ИНС

Селевенко Роман Михайлович, Строева Екатерина Николаевна

Кафедра информационной безопасности, e-mail: rselevenko@gmail.com, katestroeva@gmail.com

Для применения искусственных нейронных сетей в критически важных областях необходимо умение проводить их тестирование. Однако это является затратным процессом, и в качестве альтернативы тестированию существует метод формальной верификации. Несмотря на потенциальные преимущества формальной верификации в теории, на практике эти методы часто требуют значительных ресурсов для выполнения верификации искусственных нейронных сетей. Таким образом, возникает необходимость разработки методов, направленных на сокращение затрат при формальной верификации. Цель данной работы заключается в исследовании алгоритма уменьшения узлов искусственных нейронных сетей, используемого в процессе формальной верификации, применительно к архитектуре Lenet на наборе данных MNIST и проведения

сравнительного анализа между результатами на разных процентах удалённых узлов.

Planet (Piecewise Linear Network Analyzer) является инструментом для верификации нейронных сетей, который работает на основе абстрактной интерпретации и анализа искусственных нейронных сетей с использованием метода разбиения на куски (рiecewise). Этот метод позволяет разбивать пространство входных данных на несколько кусочных областей и аппроксимировать поведение искусственных нейронной сети на каждой области с использованием линейных функций.

Методом для уменьшения искусственных нейронных сетей был использован метод структурированного прунинга. На каждом шаге удалялось 10% от слоёв с весами, при этом удалялись веса, имеющие наименьшую величину.

Набор данных MNIST — один из самых известных и широко используемых наборов данных в области машинного обучения. Он состоит из изображений рукописных цифр от 0 до 9, написанных различными людьми. Каждое изображение имеет размер  $28 \times 28$  пикселей и представляет собой черно-белое изображение.

Архитектура LeNet — классическая сверточная нейронная сеть, разработанная Яном Лекуном (Yann LeCun) в конце 1990-х годов для задач распознавания рукописных цифр. LeNet была одной из первых успешных попыток использования искусственных нейронных сетей для обработки изображений и классификации в компьютерном зрении. Для проверки был выбрано свойство достижимости, проверяющее величину на которую нейронная сеть уверена, в предсказании определенного класса.

При сопоставлении результатов на моделях LeNet с разной долей удаленных узлов было заключено, что при отсутствии изменения алгоритма формальной верификации на этой модели, т. е. наличия одних и тех же ответов на тестах по сравнению с эталоном, наиболее оптимальным является конфигурация модели с 10% удаленных узлов, уменьшающая точность модели на 2%, и уменьшающая время в 1,5 раза.

Авторы выражают благодарность коллективу кафедры информационной безопасности ВМК МГУ за постановку задачи и помощь в исследованиях.

- [1] Lecun Y., Bottou L., Bengio Y., Haffner P. Gradient-based learning applied to document recognition // Proceedings of the IEEE. Y. 1998, V. 86, N. 11, P. 2278–2324.
- [2] He Yang, Xiao Lingao Structured Pruning for Deep Convolutional Neural Networks: A Survey // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. Y. 2024. P. 1–20.

[3] Ruediger Ehlers Formal Verification of Piece-Wise Linear Feed-Forward Neural Networks // ArXiv. Y. 2017.

#### РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ВЕРИФИКАЦИИ КОРРЕКТНОСТИ ИНТЕГРАЦИИ ДАННЫХ В RDF

#### Тан Вэньфэй<sup>1</sup>, Ступников Сергей Александрович<sup>2</sup>

 $^{1}$  Кафедра информационной безопасности, e-mail: tangwwwfei@gmail.com

Современные исследовательские инфраструктуры, подобные EUDAT и NDS (National Data Service) нацелены на управление неоднородными научными данными, накапливаемыми в мире, и поддержку решения задач над ними. Зрелые инфраструктуры ориентируются на принципы управления данными FAIR (обнаруживаемость, доступность, интероперабельность и повторное использование данных) [1]. Важную роль при поддержке FAIR и решении задач над неоднородными данными играет интеграция данных. При этом неоднородные данные представляются пользователю в единой унифицирующей модели данных. В качестве эталонной модели данных для FAIR-инфраструктур рассматривается RDF (Resource Description Framework) [3]. Развиваются системы интеграции данных на основе RDF (например, Ontop [4]). Интеграция данных при этом основана на переписывании запросов с использованием представлений, которые связывают элементы схем источников и унифицирующей схемы. Интеграция данных может быть достаточно сложной, а потому важным вопросом является проверка ее корректности — верификация.

В работе [2] был предложен метод верификации корректности интеграции данных в модели RDF. Целью метода является формальное доказательство того, что система интеграции данных, основанная на RDF, осуществляет корректную интеграцию данных из некоторого набора источников. Корректность проверяется на наборе запросов пользователя к системе интеграции, выражаемых на языке SPARQL. Корректность доказывается путем отображения схем предметной области, схем источников данных и запросов в формальный язык AMN (Abstract Machine Notation [5]), основанный на логике первого порядка и теории множеств; автоматической генерации ряда теорем и их автоматизированному доказательству\*.

Данная работа продолжает [2] и предлагает подход к программной реализации метода верификации корректности интеграции данных. Основные идеи подхода состоят в следующем. Текстовое представление схем RDF в XML или других форматах преобразуется в формат  $Turtle^{\dagger}$  с использованием карка-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Лаборатория открытых информационных технологий; ФИЦ ИУ РАН, e-mail: sstupnikov@ipiran.ru

<sup>\*</sup>https://www.atelierb.eu/en/

<sup>†</sup>https://www.w3.org/TR/turtle/

Чижов И. В.

са OWL API  $^\ddagger$ . С использованием каркаса Xtext  $^\S$  определяются грамматики конкретного синтаксиса Turtle, SPARQL, представлений и моделей данных источников (например, SQL). Разрабатываются трансформации на языке Atlas Transformation Language (ATL)  $^\P$  для автоматического преобразования схем RDF и SQL, запросов SPARQL и SQL в спецификации языка AMN, а также представлений в формулы языка AMN.

После этого для верификации интеграции данных с заданными унифицирующей схемой, схемами источников данных и множеством SPARQL-запросов над унифицирующей схемой необходимо применить разработанные трансформации для автоматического отображения исходных спецификаций в спецификации AMN, автоматически сгенерировать теоремы корректности, а затем провести автоматизированное доказательство корректности интеграции данных.

#### Список литературы

- [1] M. D. Wilkinson, M. Dumontier, I. J. Aalbersberg, et al. The FAIR Guiding Principles for scientific data management and stewardship // Scientific Data. 2016. Vol. 3. No. 1. P.1-9.
- [2] Ступников С. A. Query-Driven Verification of Data Integration in the RDF Data Model // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2023. Vol. 44. №. 1. P.205-218.
- [3] G. Klyne, J. J. Carroll, and B. McBride, RDF 1.1 Concepts and Abstract Syntax // W3C Recommendation (2014). https://www.w3.org/TR/rdf11-concepts/ (дата обращения: 18.02.2024).
- [4] D. Calvanese, B. Cogrel, S. Komla-Ebri, R. Kontchakov, D. Lanti, M. Rezk, M. Rodriguez-Muro, and G. Xiao. Ontop: Answering SPARQL queries over relational databases // Semantic Web Journal. 2017. Vol. 8. №. 3. P.471–487.
- [5] Abrial, J.-R. The B-Book: Assigning Programs to Meanings // Cambridge: Cambridge University Press (1996)

## Замыкание обобщенного кода Рида-Соломона и атака фильтрацией на кодовую криптосистему, построенную на этих кодах

#### Чижов Иван Владимирович

Кафедра информационной безопасности, e-mail: ichizhov@cs.msu.ru

Оригинальная криптосистема Нидеррайтера была предложена в 1986 году в работе [1]. Она строится на основе обобщенных кодов Рида—Соломона или просто ОРС-кодах. В 1992 году эта криптосистема была взломана в работе

<sup>†</sup>https://github.com/owlcs/owlapi/

<sup>§</sup>https://eclipse.dev/Xtext/

 $<sup>\</sup>P$ https://eclipse.org/atl/

34 Чижов И.В.

В. М. Сидельникова и С.О. Шестакова [2]. Вместе с тем в настоящее время предлагается большое число модификаций этой криптосистемы. Криптоанализ этих модификаций фактически основан на невозможности адаптации атаки Сидельникова-Шестакова. Поэтому изучение свойств этой криптосистемы и предложения принципиально новых атак представляет интерес с точки зрения анализа модификаций. Атака фильтрацией кода была впервые применена Л. Миндером и А. Шокроллахи для анализа криптосистемы Нидеррайтера, но построенной на кода Рида—Маллера [3]. Позднее в 2013 году в работе И.В. Чижова и М. А. Бородина [4] была предложена концепция замыкания линейного кода и на основе нее, а также с использованием фильтрации кода, была построена эффективная атака на криптосистему Нидеррайтера, основанную на кодах Рида—Маллера. В этой работе идеи из работ Миндера-Шокроллахи и Чижова—Бородина адаптируются к оригинальной криптосистеме Нидеррайтера.

Произведением Шура–Адамара или просто Адамара  $[n]_q$ -кодов  $\mathcal{C}$  и  $\mathcal{B}$  будем называть  $[n]_q$ -код  $\mathcal{A} = \mathcal{C} \circ \mathcal{B}$ , который состоит из линейной оболочки векторов  $c \circ b$ ,  $c \in \mathcal{C}$ ,  $b \in \mathcal{B}$ , здесь  $c \circ b$  — покоординатное произведение векторов. Для  $[n]_q$ -кода  $\mathcal{C}$  замыканием  $[\mathcal{C}]$  будем называть множество всех  $[n]_q$ -кодов, которые можно получить из  $\mathcal{C}$ , применяя операции взятия дуального кода и произведения Адамара кодов. В работе доказана следующая теорема.

**Теорема 1.** Код  $\mathcal{GRS}_{n,\ell,q}(\alpha,\gamma)$  для некоторого  $\gamma \in \mathcal{V}_n(q)$  принадлежит замыканию  $[\mathcal{GRS}_{n,k,q}(\alpha,\beta)]$ , если и только если существуют такие целые числа a и b,  $b \neq 0$ , что  $\ell = a \cdot (n-1) + b \cdot (k-1) + 1$ .

Используя замыкание OPC-кода и процедуру фильтрации, т. е. поиска в OPC-коде OPC-подкода на единицу меньшей размерности, можно построить эффективную атаку нового типа на классическую теоретико-кодовую криптосистему Нидеррайтера.

- [1] Niederreiter H. Knapsack Type Cryptosystems and Algebraic Coding Theory // Prob. Control and Inf. Theory. 1986. T. 15, № 2. C. 159–166.
- [2] Сидельников В., Шестаков С. О системе шифрования, построенной на основе обобщенных кодов Рида—Соломона // Дискретная математика. 1992. Т. 4, № 3. С. 57–63.
- [3] Minder L., Shokrollahi A. Cryptanalysis of the Sidelnikov Cryptosystem // Advances in Cryptology EUROCRYPT. 2007. T. 4515. C. 347–360.
- [4] Бородин М. А., Чижов И. В. Эффективная атака на криптосистему Мак-Элиса, построенную на основе кодов Рида—Маллера // Дискретная математика. 2014. Т. 26, № 1. С. 10–20.

## Применение многокритериальной оптимизации для оценки **А**RIMA моделей

Ануфриев Александр Сергеевич, Дарьина Анна Николаевна

Кафедра исследования операций, e-mail: alex.anufriev0@gmail.com, anna.daryina@gmail.com

ARIMA (от англ. AutoRegressive Integrated Moving Average — авторегрессионная интегрированная скользящая средняя) — это тип модели, используемый для анализа и прогнозирования временных рядов, которые могут содержать различные компоненты, такие как тренд, сезонность и случайность. Оценка качества моделей ARIMA является важным шагом в построении временных рядов, поскольку позволяет определить, насколько хорошо модель соответствует данным и насколько точные прогнозы можно сделать на основе этой модели. Она заключается в сравнении предсказанных значений с фактическими значениями временного ряда и определении меры близости.

Задача прогнозирования и оценки качества регрессионной модели для временных рядов состоит в разработке и применении методов, направленных на предсказание будущего значения временного ряда на основе имеющихся данных, а также оценке точности и качества данного прогноза.

Решение задачи включает следующие этапы:

- 1. Подготовка данных: исходные данные временного ряда, которые представляют значения величины в определенный момент времени, должны быть собраны и подготовлены.
- 2. Выбор регрессионной модели: для выполнения прогнозирования необходимо выбрать определенную модель, которая будет использоваться для аппроксимации временного ряда и предсказания его значений.
- 3. Подгонка модели: после выбора модели необходимо подогнать ее к исходным данным временного ряда, используя методы оценки параметров модели.
- 4. Прогнозирование и оценка качества: после подгонки модели можно приступить к прогнозированию значений временного ряда на будущие моменты времени.
- 5. Повторение и улучшение модели: для достижения более высокой точности прогноза и качества модели можно провести итерационный процесс, включающий переоценку параметров модели, модификацию самой модели или выбор альтернативных моделей.

В работе в качестве временного ряда выбирались биржевые котировки доходности казначейских облигаций. Данный ряд последовательно восстанавливался согласно правилам анализа временных рядов, поскольку содержал пропуски в выходные и праздничные дни [1].

Далее для моделирования использовался регрессионный анализ временного ряда, основанный на методе наименьших квадратов [2]. Параметры моделей ARIMA находились путем решения задачи безусловной оптимизации [3]. Вычислялись необходимые метрики качества моделей, в частности  $\mathbb{R}^2$ , нормированный  $\mathbb{R}^2$ , средняя ошибка, средняя абсолютная ошибка, средняя квадратичная ошибка и информационные критерии.

После получения матрицы метрик качества модели использовались методы многокритериальной оптимизации для нахождения оптимальной по Парето модели [4, 5].

#### Список литературы

- [1] Тихомиров Н. П., Тихомирова О. С, Ушмаев О. С. Методы эконометрики и многомерного статистического анализа. М.: Изд-во «Экономика», 2011. 647 с.
- [2] Тихомиров Н. П., Дорохина Е. Ю. Эконометрика. М. : Изд-во «Экзамен»,  $2003.\ 512\ c.$
- [3] Кремер Н. Ш. Исследование операций в экономике. М.: Изд-во Юнити, 1997. 407 с.
- [4] Интрилигатор М. Математическе методы оптимизации и экономическая теория. М.: Изд-во Айрис-Пресс, 2002. 553 с.
- [5] Дорохов В. В., Дорохова Е. В. Оптимизация. Методы и модели.

#### Расчет критического времени нагревания лазерной мишени в рабочей камере реактора

#### Белолипецкий Александр Алексеевич

Кафедра исследования операций, ФИЦ ИУ РАН, e-mail: abelolipet@mail.ru

В работе [1] исследовалась математическая модель деградации дейтерийтритиевого твердого топливного слоя (TC) лазерной мишени (ЛМ) при доставке ее в рабочую камеру реактора. В настоящем докладе приведены результаты расчетов времени нагревания TC мишени до температуры тройной точки, при которой начинается его разрушение. ЛМ используются в инерциальном термоядерном синтезе [2] и представляют собой сферические полистироловые оболочки, на внутренней стенке которых выморожен TC, состоящий, как правило, из изотопов водорода (т.н. D-T смесь: 50% молекул DT, 25% дейтерия и 25% трития). Другими словами, ЛМ существует только при температуре T ниже температуры тройной точки  $T_{tr}$  для заданного топливного вещества (для D-T смеси  $T_{tr}=19.7K$ ). Отметим, что ЛМ должна иметь в момент облучения лазером температуру T=18.3K для обеспечения высокого коэффициента усиления по энергии. Мишень инжектируется в реакторную камеру для взаимодействия с лазерным излучением, при этом время доставки мишени

в фокус лазерного пучка не должно превышать критического значения, когда внешняя поверхность шарового топливного слоя разогреется до T=18.3K.

Математическая модель разогрева ЛМ представляет собой начально-краевую задачу для двух квазилинейных неоднородных уравнений теплопроводности.

Расчеты проводились для реакторной мишени класса CHGT-1: диаметр мишени 4 мм, толщина оболочки 45 мкм, толщина TC 200 мкм. Камера реактора SOMBRERO: радиус камеры 6.5 м, максимальная скорость инжекции 400 м/с, минимальное время доставки 16 мс, температура стенок камеры 1758K, поток теплового излучения 56  $Bt/cm^2$ , температура инжекции JM 5K. Ниже в таблице приведены значения разогрева TC от температуры инжекции до соответствующих значений температур. Считается, что коэффициент поглощения падающего на поверхность мишени теплового потока, идущего от горячих стенок камеры, равен 5%.

Таблица. Зависимость времени разогрева t мс от температуры инжекции 5 К до конечной температуры T(K).

Температура $T(K)$	6	8	10	12	14	16	18,3
Время t мс	0.032	0.51	3.03	7.39	14.55	23.95	41.05

#### Список литературы

- [1] Белолипецкий А. А., Малинина Е. А., Семёнов К. О. Математическая модель деградации топливного слоя при нагревании мишени тепловым излучением в рабочей камере реактора // Прикладная математика и информатика. 2009. № 32. С. 5–19.
- [2] Александрова И. В., Белолипецкий А. А., Корешева Е. Р. Состояние проблемы криогенных топливных мишеней в современной программе инерциального термоядерного синтеза // Вестн. РАЕН. 2007. № 2. С. 15–20.

#### МЕТОД РАСЧЕТА УПРАВЛЕНИЯ НАКОПИТЕЛЕМ ЭНЕРГИИ

#### Васин Александр Алексеевич, Григорьева Олеся Максимовна, Бабаян Никита

Кафедра исследования операций, e-mail: foravas@yandex.ru, olesyagrigez@gmail.com, babayann26@gmail.com

Развитие электроэнергетики является важной задачей с точки зрения ускорения темпов роста российской экономики. Ее решение связано с использованием новых экономических и технических инструментов для оптимизации производства и потребления электроэнергии. Среди таких инструментов отметим возобновляемые источники энергии и накопители электрической мощности. Для минимизации своих расходов потребитель может использовать возобновляемые источники энергии (например, солнечные батареи). Но поставляемый ими объем мощности является случайной величиной, зависящей от погодных

условий. В этой ситуации полезную роль может сыграть накопитель энергии: потребитель накапливает в нем энергию при низких ценах и использует ее при высоких ценах в тех периодах, когда у него большая потребность в энергии.

Оптимальные алгоритмы для систем хранения энергии в приложениях к микросетям широко обсуждаются в литературе. В статье [1] исследуются преимущества ресурсов гибкого спроса в микросетях для оптимальной торговли энергией на рынках энергии на сутки вперед и в режиме реального времени. В качестве ресурсов с гибким спросом рассматриваются электромобили и аккумуляторы. В статье не формулируется соответствующая задача стохастической оптимизации, а предлагается эвристический метод двухэтапной оптимизации. В работе [2] рассматривается мультиэнергетическая микросеть с выработкой ветровой и солнечной энергии и нагрузками по электричеству, теплу и газу. В статье [3] рассматриваются разные типы существующих систем накопления энергии, обсуждаются их характеристики и тенденции их развития.

Также в работе [4] приводятся постановка и результаты решения задачи расчета оптимальной стратегии потребления с учетом сдвигаемых нагрузок и возможности использования накопителя энергии. Обсуждается случай, когда управление накопителем основано на достоверном прогнозе случайных факторов для интервала планирования. Указывается оптимальная стратегия для рынка, где потребитель может продать избыточную энергию по текущей рыночной цене.

В нашей работе [5] мы нашли решения для некоторых частных случаев задачи оптимизации стратегии управления хранилищем с точки зрения перепродажи энергии и показали, что эта задача является задачей выпуклого программирования. Используя теорему Лагранжа, были получены соотношения для расчета оптимальных параметров хранилища.

В настоящей работе мы получаем конечный алгоритм для расчета оптимальной стратегии хранения в общем случае. Этот алгоритм позволяет нам искать решение задачи в "почти аналитической" форме. Устанавливаются необходимые условия для оптимальной стратегии управления хранилищем. Описываем метод расчета оптимальной стратегии.

- [1] Eseye A. T., Lehtonen M., Tukia T., Uimonen S., Millar R. J. Optimal Energy Trading for Renewable Energy Integrated Building Microgrids Containing Electric Vehicles and Energy Storage Batteries // IEEE Access. 2019. № 7, P. 106092–106101.
- [2] Shen Y., Hu W., Liu M., Yang F., Kong X. Energy storage optimization method for microgrid considering multi-energy coupling demand response // Journal of Energy Storage. 2022. № 45.

- [3] Nadeem F., Suhail Hussain S. M., Kumar Tiwari P., Kumar Goswami A., Selim Ustun T. Comparative review of energy storage systems, their roles, and impacts on future power systems // IEEE Access. 2018. № 7. P. 4555–4585.
- [4] Vasin, A.A., Grigoryeva, O.M.: Optimal strategies of consumers with energy storages in electricity market // Mathematical Optimization Theory and Operations Research: Recent Trends. MOTOR 2022. Communications in Computer and Information Science. 2022. № 1661.
- [5] Vasin A. A., Grigoryeva O. M., Seregina I. Yu. Optimization of storage parameters for consumers at the electricity market // Moscow University Computational mathematics and Cybernetics. 2023. T. 15. № 1. P. 21–27.

## ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ ТРЕХУРОВНЕВОЙ ИНСПЕКЦИИ

Васин Александр Алексеевич, Сиваченко Артём Дмитриевич

Кафедра исследования операций, e-mail: vasin@cs.msu.su, s02200815@gse.cs.msu.ru

Основой бюджетных поступлений любого государства являются налоги. Повышать эффективность их сбора — важная задача, от выполнения которой зависит экономическое благополучие общества в целом. Вопрос создания надзорного органа, позволяющего собирать максимум налогов при минимальных затратах на проверки, остаётся актуальным до сих пор, см. [1,2,3]. В данной работе исследованы две модели организации налоговой инспекции — трёхуровневая иерархическая модель и модель с перекрёстными проверками. Для каждой из них получены условия честного поведения плательщиков и инспекторов и на этой основе выведены формулы для расчёта минимальных необходимых зарплат работников инспекции. Затем проведено сравнение двух указанных подходов к организации инспекции с точки зрения минимизации затрат на инициацию честного поведения плательщиков.

**Иерархическая модель.** Инспекция включает три уровня. На верхнем уровне находится руководитель, который является заведомо честным и никогда не берёт взятки. Задана высокая стоимость его проверки.

Плательщик после декларации дохода с некоторой вероятностью проверяется инспектором первого уровня, а далее с некоторыми вероятностями могут проводиться ревизии инспекторами более высоких уровней. При выявлении уклонения на некотором уровне плательщик платит штраф с заданным коэффициентом, как и инспекторы, не выявившие уклонения. Максимальное значение штрафа для инспектора реализуется при максимальном уклонении плательщика и соответствует его увольнению, при котором он переходит на работу с заданной альтернативной зарплатой. Предполагается, что плательщик может войти в коалицию с инспекторами первого и второго уровней, если они найдут взаимовыгодную возможность для уклонения.

Параметрами модели являются функция распределения дохода F(I), функция величины налога t(I), штрафной коэффициент для плательщика f, альтернативная зарплата  $s_a$  для инспекторов уровня a, стоимость проверки руководителем  $c_w$ . Имеется N плательщиков. В течение одного периода инспектор может проверить не более k плательщиков. Стратегия организации инспекции включает условные вероятности проверок инспекторов разных уровней  $p_1, p_2, p_3$  (как показано в [1], они не должны зависеть от декларации  $I < I_{max}$ ), а также надбавки к альтернативным зарплатам инспекторов первого и второго уровня  $\Delta_1, \Delta_2$ .

Увольнение инспектора b эквивалентно единовременному штрафу в размере  $\bar{\alpha}(s^b-s_a^b)$ , где  $\bar{\alpha}=\frac{1-\delta}{\delta}$  — коэффициент приведения,  $\delta$  — коэффициент дисконтирования, относящийся к периоду одной проверки. Соотношение для расчёта коэффициента штрафа  $f^b$  инспектора b имеет вид:

$$f^b \Delta t = \bar{\alpha}(s^b - s_a^b).$$

Здесь  $\Delta t=t^*(I_{max})-t^*(I_{min})$  — максимальное уклонение плательщика. Пусть  $\alpha=\frac{\bar{\alpha}}{\Delta t}$ . Из [1] вытекает:

**Теорема 1.** Оптимальные штрафные коэффициенты  $f_1$ ,  $f_2$  определяются из системы:

$$\begin{cases} \alpha c_w(f + f_1) = (f + f_1(2 + \frac{f_1}{f}) - \alpha s_a)^2, \\ f_2^* = f_1^*(1 + \frac{f_1^*}{f}) - \alpha s_a. \end{cases}$$

При этом оптимальные вероятности проверок составляют:

$$p_1^* = \frac{1}{f}; \qquad p_1^* p_2^* = \frac{1}{f + \alpha \Delta_1}; \qquad p_1^* p_2^* p_3^* = \frac{1}{f + \alpha \Delta_1 + \alpha \Delta_2}.$$

Суммарные затраты в расчете на одного плательщика:

$$S^* = \frac{c_1}{f} + \frac{c_2}{f + f_1^*} + \frac{c_w}{f + f_1^* + f_2^*}.$$

**Модель с перекрестными проверками.** Инспекторы, кроме руководителя, рассматриваются как однородное множество с заданной альтернативной зарплатой. Повторная проверка проводится с некоторой вероятностью случайно выбранным инспектором. После этого, как и в предыдущей модели, возможна проверка руководителем. В остальном модель аналогична предыдущей.

**Теорема 2.** Оптимальная вероятность повторной проверки инспектором равна 0. Оптимальные вероятности других проверок составляют:

$$p_1^* = \frac{1}{f}; \qquad p_1^* p_3^* = \frac{1}{f + f_1}.$$

Оптимальный штрафной коэффициент:

$$f_1^{**} = \sqrt{\alpha f c_w} - f.$$

Суммарные затраты в расчете на одного плательщика:

$$S^{**} = \frac{s_a + \frac{f_1}{\alpha}}{f} + \frac{c_w}{f + f_1}.$$

**Сравнение моделей.** Проведем сравнение для следующих значений параметров. Штрафной коэффициент для плательщика f=2. Альтернативные зарплаты инспекторов  $s_a=200$ . Стоимость проверки руководителем  $c_w=1000$ . Коэффициент дисконтирования  $\delta=0,01$ . Максимальное уклонение плательщика  $\Delta t=2000$ .

Согласно Теореме 1, получим  $f_1^*=5,7,\ f_2^*=11,945,\ S^*=264,9.$  По теореме 2 найдем  $f_1^{**}=8,\ S^{**}=280.$ 

**Заключение.** Расчёт оптимальных параметров модели с перекрёстной проверкой показал, что наименьшие затраты достигаются при отсутствии проверяющих на перекрёстной проверке, то есть только при первичной проверке и при проверке руководителем.

Сравнение трёхуровневой иерархической модели и модели с перекрёстной проверкой при заданных условиях показали, что издержки при использовании иерархической модели ниже. Однако, при других заданных условиях результаты могут отличаться.

#### Список литературы

- [1] Васин А. А., Николаев П. В., Огнева М. С. Задача отбора кандидатов на работу в налоговую инспекцию // 2018.
- [2] Sanchez I., Sobel J. Hierarchical design and enforcement of income tax polices // J. of Public Economics. 1985. Vol. 26, P. 1–18.
- [3] Chandler P., Wilde L. A general characterization of optimal income tax enforcement // Review of Economics Studies. 1987. Vol. 65. P. 165–189.

#### ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЦЕН АКЦИЙ ИНДЕКСА РТС НА ОСНОВЕ ИСТОРИЧЕСКИХ ЗНАЧЕНИЙ И НОВОСТЕЙ

Голембиовский Дмитрий Юрьевич, Калашников Дмитрий Павлович Кафедра исследования операций, e-mail: golemb@cs.msu.ru, dmkalash.mail@gmail.com

Фондовые рынки оказывают значительное влияние на многие области, такие как бизнес, образование, технологии и, как следствие, на экономику в целом. В связи с этим, широкое распространение получила область прогнозирования фондового рынка.

Анализ движений фондового рынка чрезвычайно сложен из-за динамической, нелинейной, нестационарной, непараметрической, шумной и хаотичной природы рынков. Согласно [1], на фондовые рынки влияет множество тесно взаимосвязанных факторов, которые включают экономические, политические, психологические и специфические для компании факторы. Часто, такие факторы отражены в новостных статьях, поэтому текстовые данные из новостей являются важным сигналом, помогающим прогнозировать изменения цен акций [2].

Однако, на текущий момент достаточно мало работ, в которых для прогнозирования движения цен акций привлекают методы машинного обучения, опираясь одновременно на обе модальности: временные ряды цен и тексты финансовых новостей. При этом в существующих подходах, как правило, не рассматривается российский финансовый рынок, в то время как он имеет особенности как в плане динамики цен акций, так и в плане реакции на специфичные для российского рынка события.

В данной работе был разработан подход на основе комбинации двух моделей: рекуррентной нейронной сети для извлечения признаков из временных рядов и модели из семейства BERT [3] для получения текстовых представлений. Предлагаемый подход учитывает различия во влиянии разных финансовых новостей на изменения цен. Для решения задачи также был собран набор данных российских финансовых новостей и изменений цен акций из индекса РТС.

В ходе проведенных экспериментальных исследований удалось установить, что для российских акций предлагаемый подход демонстрирует лучшее качество с точки зрения классических метрик регрессии в сравнении с наиболее часто используемыми подходами, а также имеет лучшие финансовые результаты при торговле на рынке с использованием стратегии, основанной на гибриде модели Марковица и рассматриваемого подхода.

- [1] Shah D., Isah H., Zulkernine F. Stock market analysis: A review and taxonomy of prediction techniques //International Journal of Financial Studies. -2019. T. 7. No. 2. C. 26.
- [2] Hu Z. et al. Listening to chaotic whispers: A deep learning framework for news-oriented stock trend prediction //Proceedings of the eleventh ACM international conference on web search and data mining. 2018. C. 261—269.
- [3] Devlin J. et al. Bert: Pre-training of deep bidirectional transformers for language understanding //arXiv preprint arXiv:1810.04805. 2018.

#### Кусочный метод Левенберга-Марквардта

Измаилов Алексей Феридович $^1$ , Усков Евгений Иванович $^2$ , Янь Чжибай $^3$ 

<sup>1</sup> Кафедра исследования операций, e-mail: izmaf@cs.msu.ru

Рассматривается вариант метода Левенберга—Марквардта для уравнения с ограничением

$$\Phi(u) = 0, \quad u \in P, \tag{1}$$

где  $\Phi: \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^q$  — кусочно-гладкое отображение, а  $P \subset \mathbb{R}^p$  — заданное замкнутое выпуклое множество. Кусочная гладкость  $\Phi$  означает его непрерывность и существование конечного набора гладких кусочных отображений  $\Phi^1, \ldots, \Phi^s: \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^q$ , для которого

$$\Phi(u) \in \{\Phi^1(u), \ldots, \Phi^s(u)\} \quad \forall u \in \mathbb{R}^p.$$

Для текущего приближения  $u^k \in P$  кусочный метод Левенберга—Марквардта генерирует следующее приближение  $u^{k+1}$  как  $u^k + v^k$ , где  $v^k$  является решением подзадачи

$$\frac{1}{2}\|\Phi^{j}(u^{k}) + (\Phi^{j})'(u^{k})v\|^{2} + \frac{1}{2}\sigma(u^{k})\|v\|^{2} \to \min, \quad u^{k} + v \in P,$$
(2)

т. е. подзадачи метода Левенберга—Марквардта из [1] для гладкого уравнения с ограничением

$$\Phi^j(u) = 0, \quad u \in P, \tag{3}$$

для некоторого  $j \in \mathcal{A}(u^k)$ . Здесь для всякого  $u \in \mathbb{R}^p$ 

$$\mathcal{A}(u) = \{ j \in \{1, \dots, s\} \mid \Phi(u) = \Phi^{j}(u) \},$$

а функция  $\sigma: P \to \mathbb{R}_+$  определяет значения параметра регуляризации.

**Теорема 1.** Пусть в решении  $\bar{u}$  задачи (1) выполняется P-свойство, т.е. для любого  $j \in \mathcal{A}(\bar{u})$  любое решение задачи (3), достаточно близкое к  $\bar{u}$ , является решением задачи (1). Пусть, кроме того,

$$\operatorname{dist}(u, (\Phi^{j})^{-1}(0) \cap P) = O(\|\Phi^{j}(u)\|) \quad \forall j \in \mathcal{A}(\bar{u}),$$

при  $u \in P$  стремящемся к  $\bar{u}$ . Пусть, наконец,  $\sigma(u)$  является величиной порядка  $\|\Phi(u)\|^{\theta}$  при  $u \in P$  стремящемся к  $\bar{u}$ , с некоторым фиксированным  $\theta \in (0, 2]$ .

Тогда если  $u^0 \in P$  достаточно близко́ к  $\bar{u}$ , то кусочный метод Левенберга—Марквардта однозначно определяет последовательность  $\{u^k\}$ , которая сверхлинейно сходится к некоторому решению задачи (1).

Глобализация сходимости кусочного метода Левенберга—Марквардта осуществляется за счет введения параметра длины шага  $\alpha_k \in (0, 1]$ , который

 $<sup>^2</sup>$  Тамбовский государственный университет им. Г.Р.Державина, e-mail: euskov@cs.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Кафедра исследования операций, e-mail: yanzb@smbu.edu.cn

выбирается посредством специальной процедуры одномерного поиска, предложенной в [2], для гладкой функции  $\varphi_j: \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}$ ,

$$\varphi_j(u) = \frac{1}{2} \|\Phi^j(u)\|^2,$$

где  $j \in \mathcal{A}(u^k)$  — тот индекс, который используется в подзадаче (2). Следующее приближение определяется как  $u^{k+1} = u^k + \alpha_k v^k$ .

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 24-21-00015).

#### Список литературы

- [1] Kanzow C., Yamashita N., Fukushima M. Levenberg–Marquardt methods with strong local convergence properties for solving nonlinear equations with convex constraints // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2004. V. 172. P. 375–397.
- [2] Fischer A., Shukla P. K. A Levenberg–Marquardt algorithm for unconstrained multicriteria optimization // Operations Research Letters. 2008. V. 36. P. 643–646.

# Алгоритм балансировки данных для моделирования низкочастотного бинарного события с учетом требований к репрезентативности и достаточности

Куренной Дмитрий Святославович, Наумов Иван Алексеевич

Кафедра исследования операций, e-mail: d.kurennoy@yandex.ru, innaumov86@gmail.com

Изучение несбалансированных наборов данных является актуальной задачей для многих современных приложений интеллектуального анализа данных с низкочастотным бинарным событием. Данный класс задач имеет широкое распространение при анализе биомедицинских данных, оценке кредитного риска, поиске полезных ископаемых и т.п. Некоторые современные исследования предлагают решать проблему дисбаланса классов с помощью стратегии отбора проб; генерации синтетических данных; обучения, учитывающего затраты; активного обучения; методов, основанные на ядре (см. [1, 2]). Однако преобразование выборки при помощи указанных методов может приводить к существенному изменению ее свойств. В частности, полученная выборка может значительно отличаться от исходной и от генеральной совокупности, кроме того может уменьшиться ее мощность. В связи с этим является предпочтительным анализ репрезентативности и достаточности данных, полученных в результате преобразования исходной выборки, однако в настоящее время нет устоявшегося подхода для осуществления анализа такого рода.

Целью данного исследования является изучение поведения свойств выборки после ее преобразования посредством применения алгоритма сэмплирования SMOTE при различных параметрах. В рамках работы были рассмотрены следующие эмпирические методы оценки достаточности данных: формула Кохрана для оценки достаточности при проверке статистических гипотез и подход, оценивающий достаточность для построения логистической регрессии. Первый подход предлагает вычисление минимального необходимого количества наблюдений по формуле:  $n_0=\frac{Z^2p(1-p)}{e^2}, n=\frac{n_0}{1+\frac{n_0-1}{N}}$ , где  $\mathbf{Z}-\mathbf{Z}$ — оценка,  $\mathbf{p}$ — ожидаемая доля целевой группы в выборке, е — допустимая погрешность, N — количество наблюдений в выборке (см. [3]). Второй подход предполагает применение формулы: n = 100 + xi, где n - вычисляемый минимальный необходимый размервыборки, х — целое число, определяющее степень жесткости требований достаточности и і – количество независимых переменных в конечной модели (см. [4]). Для анализа репрезентативности полученных данных применялся алгоритм Adversarial Validation, который позволяет оценить репрезентативность двух наборов данных сведением этой задачи к задаче бинарной классификации, в которой нужно построить классификатор, различающий наблюдения из исходного и преобразованного наборов данных.

Таким образом, в результате исследования предложен алгоритм, позволяющий подобрать параметры для сэмплирования методом SMOTE и учитывающий требования к репрезентативности и достаточности данных, что позволило получить модели, которые лучше отражают свойства исходного исследуемого объекта.

- [1] Brownlee O. Imbalanced Classification with Python. 2021.
- [2] Learning from Imbalanced Data Sets / A. Fernández, S. García, M. Galar, R. Prati, B. Krawczyk, F. Herrera // Springer Nature Switzerland AG. 2018.
- [3] Barlett J. E., Kotrlik J. W., Higgins C. C. Organizational Research: Determining Appropriate Sample Size in Survey Research. 2001.
- [4] Sample Size Guidelines for Logistic Regression from Observational Studies with Large Population: Emphasis on the Accuracy Between Statistics and Parameters Based on Real Life Clinical Data / M. A. Bujang, N. Sa'at, T. M. I. Tg Abu Bakar Sidik, C. J. Lim // Malays J Med Sci. 2018. 25(4): 122-130.

#### ГРАДИЕНТНЫЙ БУСТИНГ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ФИНАНСОВЫМ ПОРТФЕЛЕМ

Морозов Владимир Викторович, Борисов Александр Андреевич

Кафедра исследования операций, e-mail: vmorosov@mail.ru, borisov.al.an@mail.ru

Несколько лет назад технологии машинного обучения начали активно проникать в финансовую сферу. В финансах они хорошо себя зарекомендовали при определении справедливой стоимости домов, страхового полиса, на ипотечном рынке и в других областях.

Целью данного исследования является изучение поведения алгоритма градиентного бустинга в задаче прогнозирования поведения цен финансовых инструментов с использованием алгоритма маркировки финансовых данных, называемого «метод тройного барьера» [1]. Суть его заключается в том, что два горизонтальных барьера определяются лимитами фиксации прибыли и стоп-лосса, которые являются динамической функцией предполагаемой волатильности. Третий барьер определяется в терминах количества измерений, прошедших с момента открытия позиции. Будем называть наблюдением изменение цены акции в конкретный день. Если первым затронут будет верхний, нижний или вертикальный барьер, мы помечаем наблюдение соответственно как 1,-1 и 0.

Определение 1. Алгоритм называется слабым, если для некоторого числа  $\epsilon \in (0, 1/2 - \gamma)$  при достаточно большой выборке  $S = \{(x_i, y_i), i = 1, ..., l\}$  алгоритм выдает правильный ответ с вероятностью, не меньшей  $1 - \delta$  [2].

В рамках данной работы был рассмотрен метод машинного обучения, называемый градиентным бустингом. Суть его заключается в построении ансамблевой модели над базовыми (слабыми) алгоритмами. Пусть L(y,z) — дифференцируемая функция потерь, S — обучающая выборка,  $b_1(x)$  — первый базовый алгоритм. Предположим, что к n-му шагу получен алгоритм

$$a_{n-1}(x) = \sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i b_i(x),$$

где  $\gamma_i$  – вес i-го базового алгоритма. На n-м шаге нам нужно решить задачу оптимизации [3]

$$(b_n(x), \gamma_n) = \arg\min_{b, \gamma} \sum_{i=0}^{l} L(y_i, a_{n-1}(x_i) + \gamma b(x_i)).$$

При этом  $a_n(x) = a_{n-1}(x) + \gamma_n b_n(x)$ . Так строится алгоритм прогнозирования  $a_l(x)$  со сколь угодно высокой точностью на обучающей выборке.

В проведенном исследовании к данным о ценах акций применен «метод тройного барьера» для их разметки, а затем на размеченных данных обучен алгоритм градиентного бустинга. Полученные результаты говорят о том, что предлагаемый способ можно применять для управления финансовым портфелем.

#### Список литературы

- [1] Prado M.L. Advances in financial machine learning. N.J., Hoboken: John Wiley & Sons, 2018.
- [2] Freund, Y. and Schapire, R.E. Experiments with a new boosting algorithm. Proceedings of International Conference on Machine Learning, Bari, 3-6 July 1996. P. 148-156.
- [3] Friedman J. Greedy function approximation: a gradient boosting machine// The Annals of Statistics. 2001. V. 29, № 5. P. 1189–1132.

#### Оценка бесконечного американского Колл-опциона для процессов со скачками

Морозов Владимир Викторович, Осипа Андрей Дмитриевич

Кафедра исследования операций, e-mail: vmorosov@mail.ru, andreyosipa@mail.ru

В [1] определены две модели финансового рынка, в которых стоимость акции задана процессом  $S(t)=e^{U(t)},\ t\geqslant 0$ , где в модели І U(t)=u-ct+Z(t), а в модели ІІ U(t)=u+ct-Z(t). Здесь  $u=\ln S,\ S=S(0),\ c>r,\ r-$  банковская процентная ставка, Z(t)- сложный пуассоновский процесс с параметром  $\lambda>0$  и плотностью распределения величины скачка  $p(x),\ x\geqslant 0.$  Условие рискнейтральности (безарбитражности) для рынка имеет вид

$$e^{-rt}E[e^{U(t)}|S(0) = S] = S, \ t > 0.$$
 (1)

Рассмотрим бесконечный американский колл-опцион с платежом  $(S(t)-K)^+$  при предъявлении в момент t. Его стоимость для модели II равна

$$V(S) = \max_{L \geqslant \max(S,K)} E[e^{-rT_L}|S(0) = S](L - K),$$

где  $T_L$  — момент остановки, определяемый первым достижением уровня L процессом S(t). Функция  $\Psi(u)=E[e^{-rT_L}|S(0)=S]$  удовлетворяет интегродифференциальному уравнению

$$0 = -\lambda \Psi(u) + c\Psi'(u) - r\Psi(u) + \lambda \int_0^\infty \Psi(u - x)p(x)dx, \ u < \ln L,$$

с условием  $\Psi(\ln L)=1$ . Например, для плотности  $p(x)=\beta e^{-\beta x}$  функция  $\Psi(u)=e^{\nu_1(u-\ln L)}=(S/L)^{\nu_1}$ , где  $\nu_1$  — больший корень квадратного уравнения  $c\nu^2+(c\beta-r-\lambda)\nu-r\beta=0,\ c=r+\lambda\beta/(1+\beta)$  из условия (1), а  $\beta<1$ .

Оптимальное значение порога предъявления колл-опциона в модели II равно  $L^* = K \nu_1/(\nu_1-1)$ . Мартингальный подход из [1] здесь не применим.

Для модели I будем использовать метод, предложенный в [1] для оценки бесконечного американского пут-опциона в модели II. Пусть u=0, а T- момент первого достижения процессом U(t)=-ct+Z(t) уровня 0. Рассмотрим двумерную случайную величину (U(T),T). Обозначим через f(y,t) ее плотность распределения. В [2] показано, что

$$g(y) = \int_0^\infty e^{-rt} f(y, t) dt = (\lambda/c) e^y \int_y^\infty e^{-x} p(x) dx.$$

Оптимальное значение порога для колл-опциона в модели І равно

$$L^* = K \left( 1 - \int_0^\infty g(y) dy \right) \left( 1 - \int_0^\infty e^y g(y) dy \right)^{-1}.$$

Сделаем замену  $S=L^*e^{-x}$ . Тогда стоимость колл-опциона W(x)=V(S) удовлетворяет уравнению

$$W(x) = \int_0^x W(x - y)g(y)dy + \int_x^\infty (L^*e^{y - x} - K)g(y)dy, \ x \geqslant 0,$$

которое может быть решено с помощью преобразования Фурье.

#### Список литературы

- [1] Gerber H. U., Shiu E. S. W. Pricing perpetual options for jump processes// North American Actuarial Journal. 1998. V. 2, № 3. P. 101–112.
- [2] Gerber H. U., Shiu E. S. W. On the time value of ruin// North American Actuarial Journal. 1998. V. 2, № 1. P. 48–78.

#### ПРАКТИЧЕСКОЕ СРАВНЕНИЕ СХОДИМОСТИ ЛИНЕЙНОЙ СВЕРТКИ И СВЕРТКИ ГЕРМЕЙЕРА

Новикова Наталья Михайловна $^1$ , Поспелова Ирина Игоревна, Щеголев Михаил Александрович $^2$ 

Рассматривается простейшая многокритериальная (МК) матричная игра 2x2x2 в смешанных стратегиях, решение которой задается равновесием Нэша и Шепли [1] и является множеством, как правило, невыпуклым. Через A будем обозначать матрицу выигрышей игрока 1, ее элементами являются пары  $(a_{ij}^1,a_{ij}^2)$  значений его 1-го и 2-го критериев. Для игрока 2 эти значения показывают его проигрыш по каждому критерию. Смешанная стратегия игрока 1 задается вероятностью p выбора 1-й строки матрицы A. Вероятность выбора 1-го столбца игроком 2 обозначим через q. Таким образом, выигрыш игрока 1 и проигрыш игрока 2 определяется векторным критерием  $\Phi(p,q)$  с компонентами

 $<sup>^1</sup>$  ФИЦ ИУ РАН, e-mail: Novikova@gse.cs.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Кафедра Исследования операций, e-mail: ipospelova05@yandex.ru, schegoleev@gmail.com

 $arphi_k(p,q)=p(a_{11}^kq+a_{12}^k(1-q))+(1-p)(a_{21}^kq+a_{22}^k(1-q)),$  где k=1,2. Решением игры, следуя [1], считаем множество R всех таких пар  $(p^0,q^0)$  вероятностей, что  $p^0$  реализует  $\mathrm{Max}_p\Phi(p,q^0),$  а  $q^0$  реализует  $\mathrm{Max}_q\{-\Phi(p^0,q)\},$  где максимум векторного критерия понимается по Слейтеру.

Для поиска МК-максимума традиционно применяется метод сверток, из которых наиболее распространенными являются линейная свертка (ЛС) и свертка Гермейера (ГС) [2]. Для поиска равновесий R в [1] предложено использовать ЛС и доказано, что R равно множеству решений биматричных игр, в которых выигрыши игроков 1 и 2 задаются как  $\mu a_{ij}^1 + (1-\mu)a_{ij}^2$  и  $-\nu a_{ij}^1 - (1-\nu)a_{ij}^2$ , при всех  $\mu,\nu\in[0,1]$ . Однако не доказано, что выбрав конечную сетку на множестве пар коэффициентов  $(\mu,\nu)$  ЛС игроков 1 и 2, можно получить аппроксимацию множества R, даже найдя все смешанные равновесия биматричных игр, соответствующих параметрам сетки.

В [3] для описания R применена  $\Gamma$ С и доказаны ее аппроксимационные свойства, причем для случая  $\mu=\nu$ , т. е. однопараметрического семейства скалярных игр. Тем не менее, построенные игры в  $\Gamma$ С  $\Gamma(\mu)$  не сводятся к биматричным (не являются конечными) и для них нет стандартных методов поиска всех равновесий. В игре  $\Gamma(\mu)$  для  $\mu\in(0,1)$  функция выигрыша игрока 1 равна минимуму из  $\varphi_1(p,q)/\mu$  и  $\varphi_2(p,q)/(1-\mu)$ , а для игрока 2 это с минусом максимум из тех же величин. В докладе приведем сравнительные результаты использования ЛС и  $\Gamma$ С для представительного набора МК-игр 2х2х2. С целью исследования влияния именно вида свертки поиск равновесных  $(p^0,q^0)$  для всех скалярных игр в свертках осуществлялся с помощью перебора (p,q) из одной и той же сетки.

#### Список литературы

- [1] Shapley L. S. Equilibrium Points in Games with Vector Payoffs // Naval Research Logistics Quaterly. 1959. V. 6. №1. P. 57–61.
- [2] Гермейер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1971.
- [3] Novikova N. M., Pospelova I. I. Germeier's Scalarization for Approximating Solution of Multicriteria Matrix Games // Mathematics, 2023. Vol. 11. Iss. 1. P. 133–160. DOI: 10.3390/math11010133

#### Системы остаточных классов с симметричными основаниями

#### Владимирова Юлия Сергеевна

Кафедра математической кибернетики, лаборатория дискретных управляющих систем и их приложений, e-mail: vladimirova@cs.msu.ru

Под системой остаточных классов (далее СОК) понимается непозиционное представление целых чисел, основанное на теории сравнений. В соответствии

с китайской теоремой об остатках, если задан набор целых положительных взаимно простых чисел  $p_1,\ldots,p_n$ , то целое число A, такое что  $0\leqslant A<\prod_{i=1}^n p_i$  имеет однозначное представление в виде набора остатков от деления по модулю на  $p_i\colon A=(a_1,\ldots,a_n),\ a_i=A\ \mathrm{mod}\ p_i,\ i=1,\ldots,n$  [1]. Остатки  $a_i$  будем называть разрядами числа в СОК.

Операции над числами в СОК можно разбить на две группы – модульные и немодульные. К модульным операциям относятся сложение, вычитание и умножение чисел. Эти операции допускают поразрядное распараллеливание, т.к. при их выполнении в СОК не возникает переносов. По этой причине СОК рассматриваются как перспективный метод организации быстрых и высокоточных вычислений, обработки чисел большой разрядности.

Для выполнения немодульных операций векторов остатков от деления не достаточно, требуются позиционные характеристики чисел. К таким операциям относятся, например, сравнение, определение выхода за допустимый диапазон представления, получение знака в СОК, в которых представлены числа со знаком. Наличие немодульных операций сдерживает практические применения СОК, и многие современные исследования в этой области сосредоточены на вопросах упрощения немодульных операций [2, 3, 4].

Наряду с обычными СОК известен их вариант с использованием деления с остатком, принятым в симметричных системах счисления (далее ССОК). Пусть  $A,\ B$  и  $D \neq 0$  – целые числа. Делением с остатком в симметричных системах счисления называется представление A в виде  $A=B\cdot D+R$ , где остаток R:  $-\frac{|D-1|}{2}\leqslant R\leqslant \frac{|D-1|}{2}$ .

Очевидным достоинством ССОК является непосредственное представление чисел со знаком. В СОК для представления отрицательных чисел отводят часть имеющегося диапазона чисел [1, 2]. Определение числа, обратного по знаку требует нескольких модульных операций, в то время как в ССОК достаточно заменить знаки всех разрядов числа.

Алгоритмы для СОК как правило непосредственно к ССОК не применимы. Модификации алгоритмов должны строиться с учетом того, что в ССОК остатки от деления являются числами со знаком. Следует отметить, что ССОК исследователям известны, но систематически не изучены. Настоящий доклад посвящен ССОК, в частности некоторым немодульным операциям в них [2, 3, 4].

- [1] Акушский И. Д., Юдицкий Д. И. Машинная арифметика в остаточных классах. М.: Сов.радио, 1968.
- [2] Червяков Н. И., Авербух В. М., Бабенко М. Г., Ляхов П.А., Гладков А. В., Гапочкин А. В. Приближенный метод выполнения немодульных опера-

- ций в системе остаточных классов // Фундаментальные исследования. Ставрополь: 2012. N = 6-1. C. 189-193.
- [3] Kinoshita E. A., Kosako H., Kojima H. Floating-Point Arithmetic Algorithms in the Symmetric Residue Number System // IEEE Transactions on Computers, 1974. Vol. C–23, No. 1, pp. 920.
- [4] Xiao H., Ye Y., Xiao G., Kang Q. Algorithms for comparison in residue number systems. // Proc. Asia-Pac. Signal Inf. Process. Assoc. Annu. Summit Conf., 2016, pp. 1-6.

#### Моделирование рассуждений на основе силлогистического метода Н.П. Брусенцова

#### Владимирова Юлия Сергеевна<sup>1</sup>, Фаизов Алексей Игоревич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра математической кибернетики, лаборатория дискретных управляющих систем и их приложений, e-mail: vladimirova@cs.msu.ru

Подход к моделированию рассуждений, предложенный Н. П. Брусенцовым, существенно отличается от традиционного аксиоматического подхода, принятого в математической логике. Брусенцов полагал, что исследование рассуждения состоит в содержательном анализе смысла основных связок и отношений, конструировании из них новых взаимосвязей и систематическое их изучение [1]. Основывая свой метод на аристотелевой силлогистике, он подчеркивал, что исходил не из результатов Аристотеля как непреложной истины, а из той задачи, которую он решал — отыскание способов достоверного рассуждения, т. е. анализ выраженных на естественном языке взаимосвязей и выявление взаимосвязей, содержащихся в них неявно. Настоящий доклад посвящен основным принципам моделирования рассуждения, полученным Брусенцовым, которые предлагается использовать как основу компьютерной системы.

Данная компьютерная система позволяет не только получать логическое выводы из системы посылок, но и выявлять суждения, недостающие для наличия отношения, отыскивать противоречия в системе суждений и конструировать новые суждения, следующие из исходной системы посылок. При этом существует три возможных связи между отношением и исходной системой посылок: отношение может необходимо следовать из системы посылок, противоречить ей, и быть возможным, но не необходимым.

Алфавитом языка выражения взаимосвязей в предлагаемой системе являются первичные (атомарные) термины  $x_1, \ldots, x_n$  булевы связки дизьюнкция, коньюнкция и отрицание и два контрарных оператора существования  $\bigvee$  и  $\bigvee$ . Формула  $f(x_1, \ldots, x_n)$  понимается как составной термин, выражения вида  $\bigvee f(x_1, \ldots, x_n)$ ,  $\bigvee' f(x_1, \ldots, x_n)$  — как суждения существования, утверждающие соответственно необходимость и исключённость термина  $f(x_1, \ldots, x_n)$ .

 $<sup>^2</sup>$  Кафедра математической кибернетики, e-mail: alexfaizov18@gmail.com

Отношение и исходная система посылок представляются конъюнкцией суждений существования [2]:

$$\bigvee' P(x_1,\ldots,x_n), \bigvee Q_1(x_1,\ldots,x_n), \ldots \bigvee Q_m(x_1,\ldots,x_n),$$
где  $P(x_1,\ldots,x_n), Q_i(x_1,\ldots,x_n)$  ( $i=1,\ldots,m$ )—булевы функции.

Сложность программной реализации данной системы связана с ростом объема необходимой памяти при увеличении n. Выяснилось, что в основе большинства алгоритмов выявления взаимосвязей процедура проверки факта, что одно из булевых выражений от n переменных является импликантой другого выражения. Данный факт открывает возможность упрощения предлагаемой компьютерной системы, моделирующей рассуждение.

#### Список литературы

- [1] Брусенцов Н. П. Искусство достоверного рассуждения. Неформальная реконструкция аристотелевой силлогистики и булевой математики мысли. М.: Фонд "Новое тысячелетие", 1998. 136 с.
- [2] Владимирова Ю. С. Метод индексов Льюиса Кэрролла как основа компьютеризации рассуждения // Программные системы и инструменты № 12. Под ред. Л. Н. Королева. М.: Издательский отдел ВМиК МГУ, 2011. С. 23–26.

#### О СЛОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ В ОДНОМ КЛАССЕ ОБОБЩЕННЫХ КОНТАКТНЫХ СХЕМ

Ложкин Сергей Андреевич, Михалев Евгений Константинович Кафедра математической кибернетики, e-mail: lozhkin@cs.msu.ru, genya.mikhalev@gmail.com

Исследуется сложность реализации линейной функции алгебры логики (ФАЛ) порядка п, то есть ФАЛ  $l_n^{(\sigma)} = x_1 \oplus \ldots \oplus x_n \oplus \sigma$ , где  $x_1, \ldots, x_n$  — булевы переменные (БП),  $\sigma \in B = \{0,1\}$ ,  $n=1,2,\ldots$ , в некоторых классах (см., например, [1]) обобщенных контактных схем (ОКС) заданного (фиксированного) ранга r, где r— натуральное число. При этом предполагается, что контакты ОКС от множества БП  $X(n) = \{x_1, \ldots, x_n\}$  управляются «базисными» ФАЛ, зависящими от не более, чем r, БП из X(n).

Заметим, что ОКС ранга 1 совпадают с классами «обычных» контактных схем (КС), то есть КС в базисе из замыкающего и размыкающего контактов, и что под сложностью  $L(\Sigma)$  ОКС  $\Sigma$  понимается, как обычно, число её контактов (ребер).

Ранее было установлено, что сложность линейной ФАЛ от БП X(n) в классе КС равна 4n-4. При этом верхняя оценка указанного вида получается с помощью метода каскадов (см., например, [2]), а нижняя была доказана в [3] (более простое доказательство, предложенное С. А. Ложкиным, см., например, в [4]).

Подымов В. В.

В данной работе рассматривается специальный подкласс  $U_r^{Kl}$  класса ОКС ранга r, включающий в себя все ОКС, контакты которых «управляются» линейными ФАЛ порядка не более, чем r. Рассматривается также его подкласс  $\widetilde{U_r^{Kl}}$ , состоящий из всех тех ОКС, у которых любые 2 контакта, принадлежащие одной и той же проводящей цепи, соединяющей полюса, имеют либо совпадающие либо непересекающиеся множества БП. Заметим, что оба выделенных класса ОКС являются полными в том смысле, что в каждом из них можно реализовать любую ФАЛ.

Обозначим через  $L_r^{Kl}(f)$  и  $\widetilde{L_r^{Kl}}(f)$  сложности ФАЛ f в классах  $U_r^{Kl}$  и  $\widetilde{U_r^{Kl}}$  соответственно, т. е. минимальные сложности реализующих f ОКС  $\Sigma', \Sigma' \in U_r^{Kl}$  и  $\Sigma'', \Sigma'' \in \widetilde{U_r^{Kl}}$  соответственно.

Заметим, что  $\widetilde{L_r^{Kl}}(f)\geqslant L_r^{Kl}(f)$ , и  $\widetilde{L_r^{Kl}}(l_n^{(\sigma)})\leqslant 4\lceil\frac{n}{r}\rceil-4$ , где  $\sigma\in B$ , если n>r, а также то, что в случае  $n\leqslant r$  выполняется равенство  $\widetilde{L_r^{Kl}}(l_n^{(\sigma)})=L_r^{Kl}(l_n^{(\sigma)})=1$ . Основным результатом данной работы является следующее утверждение.

**Теорема.** При любом натуральном n,n>r, и любом  $\sigma,\sigma\in B$  выполняется равенство  $\widetilde{L_r^{Kl}}(l_n^{(\sigma)})=4\lceil \frac{n}{r}\rceil-4.$ 

#### Список литературы

- [1] Ложкин С. А., Кошкин Н. А. О сложности реализации некоторых систем функций алгебры логики контактными и обобщенными контактными схемами. // Математические вопросы кибернетики: Вып. 3 М.: Наука Гл. ред. физ.-мат.-лит. 1991. С. 257–285.
- [2] Ложкин С. А. Лекции по основам кибернетики. М.: МГУ, 2004.
- [3] Cardot C. Quelques rèzultats sur l'application de l'algèbre de Boole à la synthèse des circuits à relais. Ann. Telecomm., 1952, v. 7, №2, p. 75–84.
- [4] Яблонский С. В. Элементы математической кибернетики. М.: Высшая школа, 2007.

## О СЛОЖНОСТИ ПРОВЕРКИ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ЛИНЕЙНЫХ УНАРНЫХ РЕКУРСИВНЫХ ПРОГРАММ НАД УРАВНОВЕШЕННЫМИ ПОЛУГРУППАМИ

Подымов Владислав Васильевич

Кафедра математической кибернетики, e-mail: valdus@yandex.ru

Линейная унарная рекурсивная программа (ЛУРП) [1] представляет собой линейную контекстно-свободную грамматику [2], правила которой размечены символами наперёд заданного конечного алфавита  $\mathfrak{L}$  — логическими условиями,

54 Подымов B. B.

то есть имеют вид  $F \xrightarrow{\ell} uGw$ , где  $F,G \in \mathfrak{F}$ — нетерминалы (функциональные переменные),  $u,w \in \mathfrak{B}^*$ — *терминальные слова*, то есть слова в алфавите терминалов  $\mathfrak{B}$  (базовых функций программы), и  $\ell \in \mathfrak{L}$ . Вычисление ЛУРП можно задать над (не обязательно свободным) моноидом M, порождённым множеством  $\mathfrak{B}$ , и отображением  $\xi:M\to \mathfrak{L}$ , и оно представляет собой последовательность слов в алфавите  $\mathfrak{F}\cup\mathfrak{B}$ . Если текущее слово вычисления имеет вид hFg, где  $h\in \mathfrak{B}^*$  и  $F\in \mathfrak{F}$ , то выбирается правило  $F\xrightarrow{\xi([h])} w$ , где [h]— композиция символов терминального слова h в M, и следующим словом объявляется hwg. Вычисление завершается терминальным словом, и для такого слова u элемент [u] объявляется результатом этого вычисления. Бесконечные вычисления имеют особый результат не из M. Две ЛУРП эквивалентны над M, если для любого  $\xi$  результаты их вычислений над M и  $\xi$  совпадают.

В [1] был предложен подход к построению быстрых алгоритмов проверки эквивалентности ЛУРП над рядом моноидов M, в том числе уравновешенных (если [h]=[g], то |h|=|g|, где |u| — длина слова u) и специальным образом вложимых в особый критериальный моноид W, и было показано, что если проблема равенства элементов W разрешима  $\tau(k)$  относительно длины k сравниваемых слов, то проблема эквивалености ЛУРП над M разрешима за время  $O(n^3\tau(cn^3))$ , где n — размер программ и c — некоторая константа.

В [3] для проверки эквивалентности УРП более широкого класса (металинейных) использовалось понятие  $\sec a$  переменной F: длины кратчайшего терминального слова, завершающего вычисление, начинающееся с F. В [4] с помощью этого понятия удалось улучшить подход к проверке эквивалентности программ более узкого класса (операторных) и понизить оценку сложности соответствующих решающих алгоритмов. В настоящей работе схожим образом улучшен упомянутый выше подход к проверке эквивалентности ЛУРП, и упомянутая оценка  $O(n^3\tau(cn^3))$  понижена до  $O(n^3\tau(cn))$ . Для этого показано, как при построении центральной конструкции подхода (графа совместных вычислений) можно, анализируя веса переменных, избежать использования слов большого размера  $(O(n^3))$ , ограничившись только словами длины O(n).

- [1] Захаров В. А. Об эффективной разрешимости проблемы эквивалентности линейных унарных рекурсивных программ // Математические вопросы кибернетики. Вып. 8. М.: Физматлит, 1999. С. 255-272.
- [2] Пентус А. Е., Пентус М. Р. Теория формальных языков: Учебное пособие. М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом ф-те МГУ, 2004.
- [3] Подымов В.В. О проверке сильной эквивалентности металинейных унарных рекурсивных программ // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2013. № 1. С. 21–27.

[4] Подымов В. В. Улучшение алгоритмов проверки эквивалентности операторных программ при помощи анализа весов вершин // Ломоносовские чтения-2021: научная конференция, факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова. Тезисы докладов. 2021. Секция Вычислительной математики и кибернетики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2021. С. 124—125.

#### ОБ ОЦЕНИВАНИИ МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ПОМОЩИ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МАТРИЧНЫХ НОРМ

Ангелов Герман Александрович, Точилин Павел Александрович

Кафедры системного анализа и нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: german\_angelov@mail.ru, tochilin@cs.msu.ru

В докладе представлено исследование проблемы избыточного приближения множества достижимости за конечное время при помощи нелинейной системы

$$\dot{x} = f(t, x, u)$$

Одним из недостатков существующих подходов к достижимости для нелинейных систем является их ограниченная масштабируемость при увеличении числа непрерывных переменных состояния. Для решения этой проблемы мы предлагаем подход, основанный на симуляциях: мы выбираем определенное количество траекторий системы, устанавливаем границы сходимости или расходимости между выборками и соседними траекториями. Этот метод также позволяет анализировать воздействие постоянных, но неопределенных параметров, рассматривая их как переменные состояния и изолируя их. Затем мы предлагаем численную процедуру для поиска взвешенных норм, обеспечивающих заданную скорость сжатия, которая может быть использована в алгоритме достижимости для корректировки весов и минимизации роста [1,2].

Анализ доступности является ключевым аспектом при тестировании и верификации систем управления, а также при создании управляющих систем на основе формальных методов, где доступность определяет переходы в дискретной абстракции системы с непрерывной динамикой [3]. Существующие подходы к доступности для нелинейных систем включают методы множества уровней, линейные или кусочно-линейные аппроксимации нелинейных моделей, за которыми следуют методы линейной доступности, методы интервальных рядов Тейлора и методы дифференциальных неравенств [4, 5]. Однако эти подходы обычно не масштабируются хорошо с увеличением числа непрерывных переменных состояния, что ограничивает их применимость на практике.

#### Список литературы

[1] A. Murat Simulation-based reachability analysis for nonlinear systems using componentwise contraction properties, 2017 Γ.

- [2] С. М. Лозиснкий Оценка погрешности численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, 1958 г., С. 52–89.
- [3] J. Kapinski, J. V. Deshmukh, X. Jin, H. Ito, K. Butts Simulationbased approaches for verification of embedded control systems: An overview of traditional and advanced modeling, testing, and verification techniques, 36(6):45–64, 2016 г.
- [4] M. Althoff, O. Stursberg, M. Buss Reachability analysis of nonlinear systems with uncertain parameters using conservative linearization.» In IEEE Conf. Decision Control, 2008 г., С. 4042–4048.
- [5] A. Chutinan, B. H. Krogh. Computational techniques for hybrid system verification. IEEE, 2003 r.

#### О ТОЧКАХ СОВПАДЕНИЯ

#### Арутюнов Арам Владимирович $^1$ , Васянин Олег Александрович $^2$

 $^1$  Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, лаб. 45, e-mail: arutyunov@cs.msu.ru

Пусть  $X=(X,\rho_X)$  и  $Y=(Y,\rho_Y)-$  метрические пространства, а  $\Phi: X \to Y$  и  $\Psi: X \to Y-$  отображения. Запись  $B^S(x,r)$  далее обозначает замкнутый шар в метрическом пространстве S с центром  $x \in S$  и радиусом  $r \geqslant 0$ .

Определения и предварительные сведения. Введём необходимые определения. Отображение  $\Psi: X \to Y$  называется  $\alpha$ -накрывающим, если число  $\alpha>0$  и выполнено включение

$$\Psi(B^X(x,r)) \supset B^Y(\Psi(x), \alpha r) \quad \forall x \in X, \ \forall r \geqslant 0.$$

Отображение  $\Phi: X \to X$  называется *обобщенным сжатием*, если существует функция  $\gamma: [0, +\infty) \to [0, +\infty)$  со свойствами  $\gamma(0) = 0, \ 0 \leqslant \gamma(t) < t$  для всех  $t>0, \ \gamma \in C([0, +\infty))$  и такая, что

$$\rho_X(\Phi(x_1), \Phi(x_2)) \leqslant \gamma(\rho_X(x_1, x_2)) \quad \forall x_1, x_2 \in X.$$

Далее в работе будем рассматривать случай  $X=Y=\mathbb{R}$ . Сформулируем вспомогательные утверждения о накрывающих отображениях.

**Лемма 1.** Пусть отображение  $\Psi: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  является непрерывным и 1-накрывающим. Тогда  $\Psi$  не может иметь локальный экстремум ни в какой точке.

**Лемма 2.** Пусть отображение  $\Psi: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  является непрерывным и 1-накрывающим. Тогда  $\Psi$  строго монотонно на  $\mathbb{R}$ , причем  $|\Psi(y) - \Psi(x)| \geqslant |y - x|$  при всех  $x, y \in \mathbb{R}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Кафедра системного анализа, e-mail: o.vasyanin@gmail.com

**Основной результат.** Сформулируем теорему, доказательство которой опирается на утверждения выше.

**Теорема 1.** Пусть отображения  $\Phi: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  и  $\Psi: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  таковы, что  $\Phi$  является обобщенным сжатием, а  $\Psi$  является непрерывным и 1-накрывающим. Тогда существует точка  $\xi \in \mathbb{R}$  такая, что

$$\Phi(\xi) = \Psi(\xi).$$

Точка  $\xi$ , существование которой утверждается в теореме, называется точкой совпадения отображений  $\Phi$  и  $\Psi$  [1]. В случае  $X = Y = \mathbb{R}$  такая точка единственная, в случае произвольных пространств X, Y это не всегда верно [2]. Точки совпадения активно изучаются в приложениях [3].

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 20-11-20131).

#### Список литературы

- [1] Арутюнов А. В. Накрывающие отображения в метрических пространствах и неподвижные точки // Доклады Академии наук. 2007. Т. 416, № 2. С. 151—155.
- [2] Арутюнов А. В., Жуковский Е. С., Жуковский С. Е. О мощности множества точек совпадения отображений метрических, нормированных и частично упорядоченных пространств // Математический сборник. 2018. Т. 209, № 8. С. 3—28.
- [3] Арутюнов А. В., Павлова Н. Г., Шананин А. А. Равновесные цены в одной модели экономического равновесия // Математическое моделирование. 2016. Т. 28, № 3. С. 3—22.

## О краевых задачах для неявных дифференциальных уравнений и включений

Арутюнов Арам Владимирович, Жуковская Зухра Тагировна, Жуковский Сергей Евгеньевич

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, лаб. 45, e-mail: arutyunov@cs.msu.ru, zyxra2@yandex.ru, s-e-zhuk@yandex.ru

В докладе рассматривается вопрос о разрешимости одного класса краевых задач для дифференциальных включений и управляемости систем с антипериодическими краевыми условиями. Пусть заданы многозначное отображение  $F:\mathbb{R}^n \rightrightarrows \mathbb{R}^n$  и отображения  $\Psi,\Phi:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ . Предполагается, что при любом  $x\in\mathbb{R}^n$  множество F(x) является непустым выпуклым компактом, многозначное отображение F полунепрерывно сверху, а отображения  $\Psi$  и  $\Phi$  непрерывны. Рассматривается следующая задача:

$$\dot{x} \in F(x), \quad \Psi(x(0)) = \Phi(x(\tau)). \tag{1}$$

Здесь  $\tau>0$  — это параметр. Под решением задачи понимается абсолютно непрерывная функция  $x:[0,\tau]\to\mathbb{R}^n$  такая, что  $\dot{x}(t)\in F(x(t))$  при почти всех t, и имеет место равенство  $\Psi(x(0))=\Phi(x(\tau))$ .

Пусть задана точка  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  и число R>0. Обозначим через  $\mathcal{B}$  замкнутый шар в  $\mathbb{R}^n$  с центром в точке  $x_0$  радиуса R>0. Положим

$$\alpha := \max_{x \in \mathcal{B}} |\Psi(x) - x|, \quad \beta := \max_{x \in \mathcal{B}} |\Phi(x) + x - 2x_0|, \quad \gamma := \max_{x \in \mathcal{B}, y \in F(x)} |y|.$$

Из приведенных выше предположений непрерывности следует, что  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  определены корректно.

Получено следующее условие разрешимости задачи (1). Если  $\alpha+\beta<2R$ , то для любого положительного  $\tau$ , для которого  $\tau\gamma\leqslant 2R-\alpha-\beta$ , существует решение  $x(\cdot)$  задачи (1) такое, что  $x(t)\in\mathcal{B}$  для любого  $t\in[0,\tau]$ .

В частности (при  $\Psi(x)\equiv x$  и  $\Phi(x)\equiv x_0$ ) из этого утверждения вытекает известная теорема о существовании решения задачи Коши для дифференциального включения (см. [1, §7, теорема 1]). Кроме того, при  $\Psi(x)\equiv x$  и  $\Phi(x)\equiv -x$  получаем, что при положительных  $\tau$ , удовлетворяющих неравенству  $\gamma\tau\leqslant 2R$  существует решение антипериодической задачи

$$\dot{x} \in F(x), \quad x(0) + x(\tau) = 0.$$

Можно показать, что для периодической задачи, т.е. для задачи с краевым условием  $x(0)=x(\tau)$ , предположение  $\alpha+\beta<2R$  нарушается, и значит, полученная теорема неприменима.

Кроме того, рассмотрена управляемая система вида

$$f(t, x, \dot{x}, u(t)) = 0$$
  $u(t) \in U$   $\forall t \in [0, \tau], x(0) + x(\tau) = 0.$ 

Здесь  $\tau>0$  — это параметр,  $U\subset\mathbb{R}^m$  — это заданное непустое замкнутое множество,  $f:\mathbb{R}\times\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}^n\times U\to\mathbb{R}^k$  — это заданное непрерывное отображение, которое предполагается непрерывно дифференцируемым по  $\dot{x}$ , . Для этой управляемой системы введены условия регулярности. Показано, что при выполнении достаточных условий регулярности существует допустимый процесс, т.е. пара функций  $u:[0,\tau]\to U$  и  $x:[0,\tau]\to\mathbb{R}^n$  таких, что u непрерывна, x непрерывно дифференцируема,  $f(t,x(t),\dot{x}(t),u(t))\equiv 0,\,u(t)\in U$  для всех  $t\in[0,\tau]$  и  $x(0)+x(\tau)=0$ .

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ (проект № 22-11-00042).

- [1] Филиппов А. Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Наука, 1985. 224 с.
- [2] Арутюнов А.В., Жуковская З.Т., Жуковский С.Е. Антипериодическая краевая задача для неявного обыкновенного дифференциального уравнения // Вестник российских университетов. Математика. 2022. Т. 27, № 139. С. 205–213.

[3] Арутюнов А. В., Жуковская З. Т., Жуковский С. Е. О нелинейных краевых задачах для дифференциальных включений // Дифференциальные уравнения. 2023. Т. 59, № 11. С. 1443-1450.

## **А**ЛГОРИТМ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛИ ГРУППОЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ОБУЧЕНИЯ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ

#### Бегишев Руслан Ренатович, Ильин Александр Владимирович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: begrusso@gmail.com, iline@cs.msu.su

Робототехника стоит в первом ряду передовых научных и инженерных областей современного мира. Особый интерес вызывает объединение недорогих и простых в устройстве роботов в группы. Такие формирования могут помочь в классе задач, требующих покрытия больших площадей и выполнения не самых сложных действий на них.

Была рассмотрена задача формирования группы и достижения ей заданной точки. Существует довольно много работ, рассматривающих решения описанной проблемы, например [1, 23].

Для удобства использована математическая модель двухколёсного робота.  $x_i, y_i$  — положение центра масс робота,  $\theta_i$  — угол поворота робота относительно заданной системы координат,  $i \in \overline{1,N}, \ v_i$  — линейная скорость робота,  $w_i$  — поворотная скорость,  $0 \le v_i < v_{max}, |w_i| < w_{max}$ ,:

$$\begin{cases} x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + v_i \cos \theta_i(t) \\ y_i(t + \Delta t) = y_i(t) + v_i \sin \theta_i(t) \\ \theta_i(t + \Delta t) = \theta_i(t) + w_i, \end{cases}$$
(1)

В области действия группы расположены статические препятствия, однако специально оговорено, что целевая точка достижима из любой другой точки пространства, не занятой препятствиями. Каждый агент оснащён датчиком лидар, фиксирующим объекты в заданном радиусе  $R_i$ . Все датчики идентичны между собой, т. е.  $R_i = R_j, i \neq j$ .

Предложена стратегия, включающая в себя элементы обучения с подкреплением. Агентам необходимо сохранять допустимое расстояние между собой, а также выбирать наиболее оптимальный маршрут достижения целевой точки. В виду ограниченной области видимости, группе необходимо адаптировать своё поведение в зависимости от изменения препятствий, возникающих на пути. Алгоритм состоит из комбинирования двух стратегий: поддержания структуры группы и планирование пути к цели.

Реализована система моделирования, в которой проводилось обучение и тестирование алгоритма. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

60 Гиргидов Р. А.

[1] Fujisawa, R., Dobata, S., Sugawara, K. et al. Designing pheromone communication in swarm robotics: Group foraging behavior mediated by chemical substance. Swarm Intell 8, 227–246 (2014).

- [2] Arques, P., Aznar, F., Sempere, M. (2016). Positioning of Geometric Formations in Swarm Robotics. In: Luaces, O., et al. Advances in Artificial Intelligence. CAEPIA 2016. Lecture Notes in Computer Science(), vol 9868. Springer, Cham.
- [3] Ping Luo, Xinsheng Zhang, Ran Meng, Co-attention learning cross time and frequency domains for fault diagnosis, Cognitive Robotics, Volume 3, 2023, Pages 34-44, ISSN 2667-2413,

# Модель группы дронов в условиях отсутствия внешней системы позиционирования и ограничений по получению координат для дронов, находящихся в группе

#### Гиргидов Рубен Артурович

СПбГПУ им. "Петра Великого", e-mail: ruben@betria.com

Моделирование движения группы дронов является важным элементом группового управления. Движение дронов и в условиях наличия системы глобального позиционирования, и с учетом наличия системы безопасности, которая обеспечивает связь с ближайшими объектами (информирует о своих координатах в абсолютных величинах), достаточно хорошо разработано как для централизованных, так и для автономных систем. Однако область применения групп дронов при отсутствии централизованного управления и систем глобального позиционирования, является достаточно широкой и пока слабо разработанной. К таким задачам относятся: навигация внутри помещений [1], навигация в космическом пространстве [2] и так далее.

Решение таких задач имеет ряд особенностей: стоимость и количество датчиков и контроллеров для каждого дрона увеличивается вместе с повышением требований к системе идентификации дронов [3], получением относительных координат идентифицированных объектов, частотой получения данных, их точностью и дистанцией, на которой датчики работают, учету погодных условий и т. п. Системы управления для таких массивов данных становятся более сложными и часто более непредсказуемыми. Возможная синхронизация данных между дронами тоже начинает представлять определенные проблемы, особенно усиливающиеся при большом количестве дронов в группе (более 500 штук).

Таким образом перед разработчиками систем управления для дронов, работающих в группе, встает вопрос баланса управляемости и стоимости каждого

Гиргидов Р. А.

дрона в указанных выше условиях. Для этого, в первую очередь, необходимо определить минимальные набор датчиков, устанавливаемых на дрон, для обеспечения управляемости группой дронов, которую мы будем проверять на групповых моделях дронов. Рассмотрим модель группы при следующих ограничениях:

- 1. В системе отсутствует глобальное позиционирование.
- 2. В системе отсутствует возможность определять абсолютную скорость дрона.
- 3. В системе ограничена возможность определять относительную скорость дронов.
- 4. Известно ускорение дрона и им можно управлять по всем осям.
- 5. Известно направление движения дрона.
- 6. Измерения производятся с частотой 20-100Гц.
- 7. Каждому дрону известно расстояние до любого дрона в группе.
- 8. Известна максимальная предельная скорость дрона.
- 9. Дрон не может идентифицировать других (достаточно жесткое условие, необходимое для обеспечения устойчивости группы в случае изъятия или добавления дронов в группу).
- 10. Дроны не должны приближаться друг к другу ближе диаметра безопасности
- 11. Направление ускорения при полете дрона может меняться произвольно и происходит мгновенно.

При наличии этих ограничений мы хотим добиться от группы формирования самой плотной и стабильной возможной конфигурации. Для решения этой задачи мы применим метод, который является аналогом метода покоординатного спуска. Оптимальным значением, к которому стремится каждый дрон, является точка максимальной концентрации дронов в его окружении.

Необходимо отметить, что независимо от выбранного алгоритма управления при отсутствии информации о скоростях дроны в группе начинают "набирать" скорость, выходя на предельные значения. Чтобы избежать этого, мы вводим аналог диссипации, основанный на вязком торможении, пропорциональном скорости.

В данном случае, поскольку нет ни глобального, ни локального позиционирования, а также невозможно вычислить абсолютные и относительные скорости, был разработан следующий алгоритм:

— Каждый дрон в группе выделяет три наиболее "удаленных" (расстояние до которых максимально) дрона в каждый момент времени и определяет предположительные координаты относительные координаты, в следующий момент времени. Основываясь на этой информации, вычисляются их предположительные перемещения, при этом мы исходим из предположения, что

все дроны, относительно которых производятся расчеты, находятся вокруг рассматриваемого дрона.

- Вычислив перемещение каждого дрона и зная временной интервал, мы можем вычислить его скорость относительно трех наиболее удаленных. Затем мы определяем относительное диссипативное торможение.
- Если в какой-то момент дрон обнаруживает наличие соседа в зоне безопасности, он мгновенно изменяет суммарную действующую на него силу на противоположную и максимально возможную по величине. Так как дроны симметричны, мы можем гарантировать отсутствие преследования одним дроном другого, и в результате этого решения дроны гарантированно ускоряются в направлении, противоположном тому, которое могло привести к столкновению.

**Полученные результаты:** Группа, организованная на таких принципах и с указанными выше ограничениями, обладает достаточно интересными свойствами.

- 1. Взаимодействие дронов стало заведомо не локальным, т. е. такую группу нельзя отнести к роям.
- 2. Группу не удалось однозначно стабилизировать, приводя к статической структуре.
- 3. Проявляется периодический процесс, когда выделилось несколько достаточно удаленных дронов, относительно которых и вычисляется скорость и осуществляется навигация.
- 4. Удаленные дроны осуществляют циркуляцию вокруг основного облака дронов, постепенно приближаясь к нему, как только эти дроны входят в основную группу, она тут же теряет стабильность разлетается по некоторой площади, после чего опять начинает сжиматься выделяя несколько сильно удаленных, циркулирующих дронов.

Данная особенность группы представляет большой интерес, так как выделение дронов, играющих роль "пастушьих собак", происходит не вследствие алгоритмического консенсуса или каких-либо особенностей дронов, а как результат процессов самоорганизации группы, обеспечивая таким образом работоспособность всей группы независимо от того, что происходит с отдельными дронами.

- [1] Aswin Iyer and Santosh Narayan and Naren M and Manoj kumar Rajagopal Autonomous Systems: Autonomous Systems: Indoor Drone Navigation (arXiv 2023).
- [2] Daniel Bețco, Petrișor-Valentin Pârvu, Sabina Ciudin, Autonomous navigation for the Martian Inspection Drone, // Acta Astronautica. Volume 216. 2024. Pages 55-63, ISSN 0094-5765,

[3] Minimal navigation solution for a swarm of tiny flying robots to explore an unknown environment / K. N. McGuire1, C. De Wagter1, K. Tuyls2, H. Kappen3, G.C.H.E. de Croon1O. // Science Robotics, 4, 35, (2019), pp. 1+, article eaaw9710 // ISSN 2470-9476

#### Положение равновесия в модели рынка как точка совпадения двух отображений

Журавлева Ксения Александровна<sup>1</sup>, Павлова Наталья Геннадьевна<sup>2</sup>

**Постановка задачи.** Пусть дано  $n \in \mathbb{N}$  товаров. Рассмотрим множество  $P = [c_{11}, c_{21}] \times [c_{12}, c_{22}] \times \ldots \times [c_{1n}, c_{2n}], \ 0 < c_{1i} < c_{2i}, \ i = \overline{1, n},$   $p \in P$ —цены на соответствующие товары. Обозначим  $m \in \mathbb{N}$ —число товаров, для которых ищется положение равновесия. Пусть также дана матрица  $E = (E_{ij})_{m \times n} (e = (e_{ij})_{m \times n}), E_{ij} \in \mathbb{R} (e_{ij} \in \mathbb{R}), \ i = \overline{1, n}, \ j = \overline{1, m},$  где  $E_{ij}(e_{ij})$ — эластичность спроса (предложения) на товар с номером i по цене на товар с номером j.

Рассмотрим отображения спроса и предложения соответственно:

$$D, S: P \to \mathbb{R}^m_+, P \subset \mathbb{R}^n_+.$$

Отображение спроса (предложения) определяется по следующей формуле:

$$D_i(p_1, \dots, p_n) = D_i^* \prod_{j=1}^n \left(\frac{p_j}{p_j^*}\right)^{E_{ij}} \left(S_i(p_1, \dots, p_n) = S_i^* \prod_{j=1}^n \left(\frac{p_j}{q_j^*}\right)^{e_{ij}}\right), i = \overline{1, m}.$$

Также известны начальные значения  $D(p^*) = D^*, S(q^*) = S^*.$ 

Основной результат. Введем следующие константы:

$$\beta = \max_{i = \overline{1, n}} \left| \alpha_i \frac{\prod_{j=1}^n c_{2j}^{|E_{ij}|} - \prod_{j=1}^n c_{1j}^{|E_{ij}|}}{\prod_{j=1}^{k_{1i}} (c_{1j}c_{2j})^{|E_{ij}|}} \cdot \left( \max_{k = \overline{1, n}} |c_{2k} - c_{1k}| \right)^{-1}.$$

$$\alpha = \left( \max_{\substack{i = \overline{1, n}, \\ k = \overline{1, n}}} \left\{ \left| \frac{\xi_{ik}}{\gamma_k} \right| \left( \frac{\max \left\{ c_{1i}^{1 - e_{ki}}, c_{2i}^{1 - e_{ki}} \right\}}{\prod\limits_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n c_{2j}^{e_{kj}} \prod\limits_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n c_{2j}^{e_{kj}} \prod\limits_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n c_{1j}^{e_{kj}} \prod\limits_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n c_{2j}^{e_{kj}} \prod\limits_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n c_{2j}^{e_{kj}} \prod\limits_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n c_{1j}^{e_{kj}} \right) \right\} \right)^{-1}.$$

$$\max_{k=1,n} |c_{2k}-c_{1k}|.$$

**Теорема 1.** Пусть для заданной модели справедливы следующие неравенства:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра системного анализа, e-mail: kseniazhur@gmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, e-mail: natasharussia@mail.ru

$$-\alpha > \beta$$
,

$$-\max_{i=\overline{1,n}}|S_i\left(\widetilde{c}\right)-D_i\left(\widetilde{c}\right)|<\alpha(\sigma)-\beta(\sigma),\ \widetilde{c}=\frac{\overline{c_1}+\overline{c_2}}{2}.$$

Тогда в исследуемой модели существует вектор равновесных цен  $p^0 \in P$ :  $S(p^0) = D(p^0)$ .

Были получены достаточные условия существования вектора равновесных цен. Полученный результат является уточнением результатов, полученных в [1] и [2]. Для этого были использованы теоремы о точках совпадения накрывающего и липшицего отображений. Данные результаты могут быть использованы при исследовании мощностей множеств векторов равновесных цен и их численного нахождения.

#### Список литературы

- [1] Арутюнов А. В., Котюков А. М., Павлова Н. Г. Equilibrium in Market Models with Known Elasticities // Advances in Systems Science and Applications. 2021. Vol. 24. No. 4. P. 130-144.
- [2] Котюков А.М., Павлова Н.Г. Equilibrium in Market Models / Proceedings of the 14th International Conference "Management of Large-Scale System Development"(MLSD). Moscow: IEEE, 2021. C. https://ieeexplore.ieee.org/document/9600139.

## Синтез непрерывно-дискретных фильтров пониженного порядка

#### Каменщиков Михаил Александрович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: mkamenshchikov@cs.msu.ru

В работе рассматривается задача о построении непрерывно-дискретных фильтров пониженного порядка (функциональных наблюдателей), восстанавливающих несмещенную и оптимальную оценку векторного линейного функционала от фазового вектора состояния объектов управления со стохастическими возмущениями по измеряемому векторному выходу. Возмущения в системе представляют некоррелированные между собой в разные моменты времени белые аддитивные шумы с априорно известными вероятностными характеристиками, некоррелированные с начальным состоянием системы и воздействующие как на непрерывный объект, так и на канал дискретных измерений. В качестве критерия оптимальности выбирается среднеквадратичная ошибка в установившемся режиме. Для вычисления критерия применяется метод интегральных квадратичных оценок качества.

Ранее были предложены подходы [1, 2] к построению фильтров пониженного порядка в совместной задаче стабилизации и оптимальной фильтрации,

методы [2, 3, 4, 5] решения задачи о построении функциональных наблюдателей для стохастических линейных стационарных систем, основанные на канонических представлениях, для различных случаев: скалярный и векторных выход, скалярный и векторный функционал, непрерывное и дискретное время.

В работе для стохастических многосвязных систем (векторный выход и векторный функционал) предлагается нацеленный на развитие предыдущих результатов подход для синтеза непрерывно-дискретных фильтров. Предложенный подход позволяет установить явную зависимость критерия оптимальности от неизвестных параметров искомых фильтров. Кроме того, предлагаются необходимые и достаточные условия несмещенности оценок, формируемых функциональными непрерывно-дискретными наблюдателями. В отличие от существующего подхода [1] к построению фильтров, динамический порядок функциональных наблюдателей не обязательно совпадает с размерностью векторного функционала от фазового вектора состояния.

- [1] Каменщиков М. А., Капалин И. В. Метод построения оптимального функционального фильтра для линейных стационарных стохастических систем // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2018. № 4. С. 19–26.
- [2] Каменщиков М. А. Методы построения оптимальных наблюдателей пониженного порядка для линейных стационарных динамических систем: дис. . . . канд. физ.-мат. наук: 1.1.2 / Каменщиков Михаил Александрович. М., 2023. 156 с.
- [3] Каменщиков М. А. Передаточные функции оптимальных фильтров различных динамических порядков для дискретных систем // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2021. № 2. С. 19–28.
- [4] Фомичев В. В., Каменщиков М. А. Сравнительный анализ оптимальных фильтров второго и третьего порядков для непрерывных систем // Дифференциальные уравнения. 2021. Т. 57, № 11. С. 1546–1554.
- [5] Фомичев В. В., Каменщиков М. А. Синтез субоптимальных фильтров для многосвязных дискретных систем // Дифференциальные уравнения. 2022. Т. 58, № 8. С. 1105–1111.

#### О РЕАЛИЗУЕМОСТИ ГРАФА ДИСКРЕТНЫХ СОСТОЯНИЙ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ ИСХОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ АФФИННОЙ СИСТЕМЫ

Фурсов Андрей Серафимович, Крылов Павел Александрович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: fursov@cs.msu.ru, pavel@leftsystem.ru

Рассматривается задача стабилизации нулевого положения равновесия в заданной прямоугольной окрестности для нелинейной аффинной системы

$$\dot{x} = f(x) + p(x)u, \quad f(0) = 0,$$
 (1)

где  $x \in \mathbb{R}^2$ ,  $u \in \mathbb{R}$ . В статьях [1], [2] был предложен подход к решению задачи на основе кусочно-линейной аппроксимации системы (1), позволяющий сформулировать следующий алгоритм поиска стабилизирующего регулятора.

1. Построение приближения. Заданную окрестность положения равновесия предлагается разбить на *m* непересекающихся многогранников, в каждом из которых исходную нелинейную аффиную систему приблизить линейной системой. Такую аппроксимацию можно записать в виде переключаемой системы

$$\dot{x} = A_{\sigma}x + v_{\sigma} + b_{\sigma}u, \quad \sigma \in S, \ v_1 = 0, \tag{2}$$

2. Поиск регулятора. Ищем переключаемый регулятор в виде обратной связи  $u=-k_{\sigma}x+w_{\sigma}$  при помощи численной процедуры перебора и теорем о проверке устойчивости замкнутой системы из [1], [2]. Таким образом получаем устойчивую замкнутую систему

$$\dot{x} = (A_{\sigma} - b_{\sigma}k_{\sigma})x + v_{\sigma} + w_{\sigma}b_{\sigma}, \quad \sigma \in S, \ v_1 = 0,$$
(3)

- 3. Расширение S. В построенном приближении изначально множество переключающих сигналов состоит из одного элемента  $\sigma_0$ . Найдём пределы, в которых можно варьировать границы многогранников, задающих переключающие сигналы, так, чтобы система (3) оставалась асимптотически устойчивой, расширив таким образом множество переключающих сигналов S.
- 4. Поиск наилучшего приближения. На расширенном множестве S находим переключающий сигнал  $\sigma_1$ , минимизирующий ошибку между аппроксимацией (3) и исходной системой (1), замкнутой переключаемым регулятором.

$$\dot{x} = f(x) + p(x)(-k_{\sigma_1}x + w_{\sigma_1}). \tag{4}$$

5. *Реализуемость графа*. Проверка устойчивости замкнутой переключаемой системы (3) на шаге 2 существенно опирается на ее граф дискретных состояний. Чтобы доказать устойчивость системы (4), необходимо чтобы для

любой её траектории переходы между областями рассматриваемой окрестности, задаваемыми сигналом  $\sigma_1$ , происходили в соответствии с графом дискретных состояний аппроксимирующей системы (3).

#### Список литературы

- [1] Фурсов А. С., Крылов П. А. Об устойчивости переключаемой аффинной системы для некоторого класса переключающих сигналов // Дифференц. уравнения, 2023, Т. 59, N. 4, с. 554–562.
- [2] Фурсов А. С., Крылов П. А. О построении графа дискретных состояний переключаемой аффинной системы // Дифференц. уравнения, 2023, Т. 59, N. 11, с. 1541–1549.

#### Повышение точности определения координат автономных роботов путем комплексирования информации от различных датчиков

Шутова Ксения Юрьевна<sup>1</sup>, Лукьяница Андрей Александрович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: shutova.k.u@yandex.ru

<sup>2</sup> Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: andrei\_luc@mail.ru

**Аннотация.** Целью настоящей работы является повышение точности позиционирования группы роботов за счет комплексирования измерений, полученных от различных датчиков. В данном исследовании представлен новый алгоритм, предлагающий улучшения в области локализации.

**Введение.** Реальное положение в пространстве определяется на основе показаний датчиков, таких как GPS, инерциальные датчики, высотомеры и т.п. Каждый идатчик имеет погрешность измерений. Наиболее точным считается GPS, однако даже при отсутствии помех его точность в горизонтальной плоскости не превосходит 10 метров, а в вертикальной — в 3-4 раза ниже [1]. В настоящей работе разработан алгоритм, позволяющий повысить точность измерения координат за счет комплексирования измерений от различных датчиков.

**Математическая модель.** Предположим, что каждый робот оснащен тремя типами разнородных датчиков: приемником GPS сигнала, высотомером, а также дальномером. Первый способен определять трехмерные координаты, второй — только высоту, а последний — расстояние до других роботов в группе. Для определения истинных координат был сконструирован функционал:

$$E(X^R) = \frac{1}{n} \left( \frac{1}{a^G} \sum_{i=1}^n E_i^G + \frac{1}{a_z^H} \sum_{i=1}^n E_i^H + \frac{1}{a^D} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n E_{ij}^D \right), \tag{1}$$

где n—число роботов в группе;  $a^G, a_z^H, a^D$ —точности приборов, а  $E_i^G, E_i^H, E_{ij}^D$ —квадратичные ошибки вычисления координат приемником GPS-сигнала, высотомером и дальномером. Искомые координаты определялись путем минимизации функционала (1). Наибольшую эффективность показал алгоритм RPROP [2].

В численном эксперименте число роботов n изменялось от 10 до 1000 с шагом 50. Распределялись роботы в пространстве в виде фигур: в узлах прямоугольной сетки, вдоль окружности либо вдоль линии. Путем равномерного распределения случайных чисел синтезировались искаженные показания, полученые каждым прибором. Проводилась минимизация (1). Проведено по 100 экспериментов с каждой группой роботов и получено усредненное значение. На Рис.1 приведены численные эксперименты.

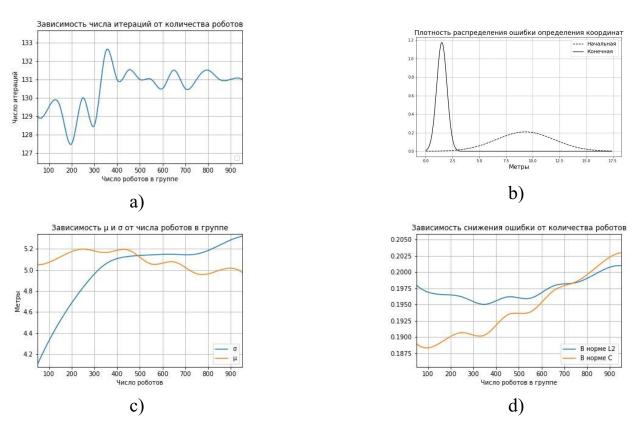


Рис. 1: а) Число итераций для достижения заданной точности в зависимости от количества роботов (метод RPROP), b) Начальная и конечная плотности распределения ошибок, c) Зависимости снижения математического ожидания среднеквадратичного отклонения, d) Зависимости относительного снижения ошибки определения координат от числа роботов.

**Заключение.** В ходе проведенного исследования был разработан алгоритм, позволяющий повысить точность измерения координат за счет комплексирования измерений, полученных от различных датчиков. Были проведены численные исследования по сравнению методов локализации и в частности

Аристов А. И. 69

приведены зависимости снижения ошибок при введении зашумленного сигнала в показания.

#### Список литературы

- [1] Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратах (Под ред. Красильщикова М. Н., Серебрякова Г. Г.). М.: ФИЗМАТЛИТ. 2009. 556 с.
- [2] Riedmiller M., Braun H. A direct adaptive method for faster backpropagation learning: The RPROP algorithm. In Proceedings of the IEEE international Conference on Neural Networks. IEEE Press. 1993. P. 586–591.

#### ГРУППОВОЙ АНАЛИЗ НЕКЛАССИЧЕСКОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

#### Аристов Анатолий Игоревич

Кафедра общей математики, e-mail: ai\_aristov@mail.ru

Рассмотрим обобщенное уравнение Осколкова—Бенджамена—Бона—Махони—Бюргерса:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Delta u - u) + b\Delta u - au + (L; \nabla)u^p + \mu u^r = 0,$$

где неизвестная функция  $u(\cdot)$  зависит от вектора пространственных переменных  $(x_1;\ldots;x_N)$  и скалярного времени t, а  $L\in R^N$   $a,b,\mu\in R$ ,  $p,r\in N-$  постоянные параметры. Такое уравнение может описывать нестационарные процессы в полупроводниковой среде.

Установившемуся процессу в двумерном случае соответствует уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - au + L_1 \frac{\partial}{\partial x} (u^p) + L_2 \frac{\partial}{\partial y} (u^p) + \mu u^r = 0$$

(не нарушая общности, считаем, что b=1). Данная работа посвящена групповому анализу этого стационарного уравнения. Разобраны разные комбинации параметров, проанализировано их влияние на вид допускаемых уравнением инфинитезимальных операторов, построены соответствующие инвариантные решения.

- [1] Свешников А. Г., Альшин А. Б., Корпусов М. О., Плетнер Ю. Д. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. М.: Физматлит, 2007.
- [2] Полянин А. Д., Зайцев В. Ф., Журов А. И. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. М.: Физматлит, 2005.
- [3] Ибрагимов Н. Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. М.: Физматлит, 2012.

# Построение решения задачи для эллиптического дифференциального уравнения с вырождением нецелого порядка меньше единицы

#### Емельянов Дмитрий Павлович

Кафедра общей математики, e-mail: emelianov@cs.msu.ru

Рассматривается следующая задача Дирихле для вырождающегося эллиптического уравнения в прямоугольнике  $D = \{(x,y) : 0 < x < 1, 0 < y < b\}$ :

$$\begin{cases} u''_{xx} + y^m u''_{yy} + c(y)u'_y - a(y)u = f(x,y), & (x,y) \in D, \\ u(x,y) = 0, & (x,y) \in \partial D. \end{cases}$$
 (1)

Считаем, что a(y), c(y) и f(x,y) — некоторые аналитические функции переменного y в комплексной области G такой, что  $[0,b]\subset G$ . Кроме того,  $a(y)\geqslant 0$  при  $y\in [0,b]$  и c(0)=0. Мы предполагаем, что порядок вырождения m уравнения (1) принадлежит интервалу (0,1).

**Теорема 1.** Пусть правая часть f(x,y) задачи (1) аналитична в области G как функция переменного y при каждом фиксированном  $x \in [0,1]$ , имеет вторую непрерывную производную по y в  $\bar{D}$ , при каждом фиксированном  $y \in (0,b)$  принадлежит классу Гёльдера как функция переменного x.

Тогда существует решение задачи (1) в классе  $C(\bar{D}) \cap C^2(D)$ , представимое в виде следующего ряда:

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \eta_k(y) \cdot \sin \pi kx, \quad (x,y) \in \bar{D},$$

который сходится абсолютно и равномерно в  $\bar{D}$ , допускает двукратное почленное дифференцирование по x и по y внутри D,  $\eta_k(y) \in A(G \setminus \{0\})$ .

Если  $m \notin \mathbb{Q}$ , то функции  $\eta_k(y)$  в достаточно малой окрестности U точки y=0 представимы в виде

$$\eta_k(y) = \psi_{k,0}(y) + \sum_{n=1}^{+\infty} y^{n(2-m)} \cdot \psi_{k,n}(y), \quad y \in U \subset G,$$

ряд сходится в  $A(U \setminus \{0\})$ . Если же  $m = p/q \in \mathbb{Q}$ , то

$$\eta_k(y) = \psi_{k,0}(y) + \sum_{n=1}^{q-1} y^{n/q} \cdot \psi_{k,n}(y) + \ln y \cdot \psi_{k,q}(y), \quad y \in U \subset G,$$

ряд сходится в  $A(U \setminus \{0\})$ . Функции  $\psi_{k,n}(y)$  аналитичны в U,  $\psi_{k,0}(0) = 0$ .

Капустин Н. Ю.

#### Список литературы

[1] Келдыш М. В. О некоторых случаях вырожденных уравнений эллиптического типа на границе области // Доклады АН СССР. 1951. Т. 77, № 2. С. 181–183.

- [2] Емельянов Д. П., Ломов И. С. Построение точных решений нерегулярно вырождающихся эллиптических уравнений с аналитическими коэффициентами // Дифференциальные уравнения. 2019. Т. 55. № 1. С. 45–58.
- [3] Емельянов Д. П., Ломов И. С. Использование рядов Пуассона в аналитической теории нерегулярно вырождающихся эллиптических дифференциальных операторов // Дифференциальные уравнения. 2021. Т. 57. № 5. С. 655–672.
- [4] Емельянов Д. П. Эллиптические дифференциальные операторы с аналитическими коэффициентами и линейным вырождением // Дифференциальные уравнения. 2022. Т. 58. № 5. С. 607–627.
- [5] Емельянов Д. П. Эллиптические дифференциальные операторы с вырождением нецелого порядка // Вестник Московского университета. Серия 15. 2023. № 2. С. 12–22.

#### Задача для уравнения Бесселя с квадратом СПЕКТРАЛЬНОГО ПАРАМЕТРА В ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ Капустин Николай Юрьевич

Кафедра общей математики, e-mail: n.kapustin@bk.ru

Изучается задача для уравнения Бесселя

$$U''(r) + \frac{1}{r}U'(r) + \left(\lambda - \frac{n^2}{r^2}\right)U(r) = 0, \quad 0 < r < 1,$$
(1)

с граничным условием

$$U'(1) = d\lambda^2 U(1). \tag{2}$$

В предположении ограниченности решений уравнения (1) получена система собственных бесселевых функций

$$U_k(r) = J_n(\sqrt{\lambda_k}r), \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

отвечающих собственным значениям  $\lambda_k$  — корням характеристического уравнения

$$J_n'(\sqrt{\lambda}) = d(\sqrt{\lambda})^3 J_n(\sqrt{\lambda}). \tag{3}$$

Для всех собственных значений задачи будем считать выполненным условие

$$-\pi/2 < \arg \sqrt{\lambda_k} \leq \pi/2, \quad , k = 1, 2, 3, \dots$$

Уравнение для кратных корней имеет вид

$$-4zJ_n(z)J'_n(z) + n^2J_n^2(z) = z^2[J_n^2(z) + (J'_n(z))^2].$$
(4)

Все корни уравнения (4) простые при  $z \neq 0$ .

**Теорема.** Если  $d \notin \{J'_n(z)/z^3J_n(z)\}$ , где z-множество корней уравнения (4), то система

собственных функций задачи (1)–(2), умноженных на весовой множитель, без любых двух собственных функций с номерами l и m является базисом Рисса в пространстве  $L_2(0,1)$ . Если  $d=J_n'(z)/z^3J_n(z)$ , где комплексное число z- любой корень уравнения (4), то система

$$\{\sqrt{r}U_k(r) = \sqrt{r}J_n(\sqrt{\lambda_k}r)\}, \quad k = 1, 2, \dots, l-1, l+1, \dots,$$

собственных функций задачи (1)–(2), умноженных на весовой множитель, без одной собственной функции с номером является базисом Рисса в пространстве  $L_2(0,1)$ .

Построены соответсвующие биортогонально сопряженные системы.

Исследование проведено при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

#### Список литературы

- [1] Капустин Н. Ю., Моисеев Т. Е. О кратном спектре задачи для уравнения Бесселя с квадратом спектрального параметра в граничном условии // Дифференц. уравнения. 2021. Т. 57, № 12. С. 1715–1718.
- [2] Moiseev E. I., Moiseev T. E., Kapustin N. Yu. On the multiple spectrum of a problem for the Bessel equation // Integral Transforms and Special Functions. 2020. V. 31, № 12, p. 1020–1024.

# ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ БАЗИСОВ ИЗ СОБСТВЕННЫХ И ПРИСОЕДИНЕННЫХ ФУНКЦИЙ ОПЕРАТОРОВ ДИРАКА С РАЗДЕЛЕННЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

Савчук Артем Маркович<sup>1</sup>, Садовничая Инна Викторовна<sup>2</sup>

Рассмотрим дифференциальное выражение

$$\ell \mathbf{y} = \mathbf{B} \mathbf{y}' + P(x) \mathbf{y},$$
 где  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \ P(x) = \begin{pmatrix} p_1(x) & p_2(x) \\ p_3(x) & p_4(x) \end{pmatrix}, \ \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}, \ x \in [0, \pi],$ 

порождающее вместе с краевыми условиями U в пространстве  $\mathbb{H} = (L_2[0,\pi])^2$  одномерный оператор Дирака  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{P,U}$ . Матрицу P будем считать комплекс-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра фундаментальной и прикладной математики, e-mail: savchuk@cosmos.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Кафедра общей математики, e-mail: ivsad@yandex.ru

нозначной и суммируемой, т. е.  $p_j \in L_1[0,\pi]$ . Мы будем рассматривать разделенные краевые условия

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} e^a & e^{-a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^b & e^{-b} \end{pmatrix},$$

а точнее, любые краевые условия, которые элементарными преобразованиями приводятся к указанному виду. Легко проверяется, что такие условия сильно регулярны при любых комплексных a и b, а при чисто мнимых a и b являются самосопряженными. Известно, что при таких условиях оператор  $\mathcal{L}_{P,U}$  является замкнутым (неограниченным) оператором в  $\mathbb H$  с непустым резольвентным множеством. Известно также, что его спектр состоит из собственных значений  $\{\lambda_n\}_{n\in\mathbb Z}$ , лежащих в некоторой горизонтальной полосе  $\{|\mathrm{Im}\;\lambda|<\alpha\}$ .

Заметим, что потенциал P можно считать внедиагональным

$$P(x) = \begin{pmatrix} 0 & p_2(x) \\ p_3(x) & 0 \end{pmatrix}.$$

Общий случай сводится к внедиагональному с помощью преобразования подобия.

Систему собственных и присоединенных функций оператора  $\mathcal{L}_{P,U}$  мы обозначим  $\{\mathbf{y}_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$ . Через  $\{\mathbf{w}_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$  обозначим биортогональную систему (легко показать, что она составлена из корневых функций сопряженного оператора). Через  $\mathcal{L}_{0,U}$  обозначим оператор с нулевым потенциалом и теми же краевыми условиями. Его собственные значения, каноническую систему собственных и присоединенных функций и биортогональную систему обозначим  $\lambda_n^0$ ,  $\{\mathbf{y}_n^0\}$ ,  $\{\mathbf{w}_n^0\}$ . В работе [1] было доказано, что для любых сильно регулярных краевых условий и любого внедиагонального суммируемого потенциала система  $\{\mathbf{y}_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$  является в  $\mathbb{H}$  базисом, эквивалентным ортонормированному. Следующее утверждение переносит этот результат на случай пространств  $(L_{\mu}[0,\pi])^2$  с  $\mu \neq 2$ .

**Теорема 1.** Пусть  $\mathcal{L}_{P,U}$  — оператор Дирака с разделенными краевыми условиями и суммируемым внедиагональным потенциалом P. Тогда оператор замены базиса  $W: \mathbf{y}_n^0 \mapsto \mathbf{y}_n$  ограничен и ограниченно обратим в пространствах  $L_{\mu}$ ,  $\mu \in (1, \infty)$ , где  $\{\mathbf{y}_n^0\}$  — система собственных и присоединенных функций невозмущенного оператора  $\mathcal{L}_{0,U}$  с нулевым потенциалом и теми же краевыми условиями. Вместе с ним ограничен и ограниченно обратим оператор  $(W^*)^{-1}: \mathbf{w}_n^0 \mapsto \mathbf{w}_n$ .

### Список литературы

[1] Savchuk A. M., Shkalikov A. A. The Dirac Operator with Complex–Valued Summable Potential // Math. Notes. 2014. V. 96. No. 5. P. 3–36.

# Репликаторные системы в биологии

## Тихомиров Василий Васильевич

Кафедра общей математики, e-mail: zedum@cs.msu.ru

В работе проведено исследование устойчивости репликаторных систем, в частности, в модели гиперциклической репликации. В этих моделях сформулирована основная триада эволюционного процесса: наследственность — изменчивость — естественный отбор. Эти постулаты Дарвина [1] совместно с другими дополнительными принципами образуют основу современной теории эволюции.

Понятие "наследственности" формализуется в общем виде репликаторного уравнения

$$\frac{\dot{u}_i}{u_i} = g_i(u) - f(t), \qquad (1)$$

где справа стоит разность приспособленности i-го вида и средней приспособленности популяции. Заметим, что термин приспособленность — это математическая формализация в этих моделях естественного отбора. "Изменчивость" достаточно часто задается в виде явных параметров, которые описывают вероятность изменения вида с номером i в вид с номером j. Обычно эти параметры называются параметрами мутаций или мутационным ландшафтом [2].

В частности, можно показать, что "изменчивость" неявным образом может быть встроена в модель гиперцикла. В нашей работе мы будем рассматривать (в эволюционном смысле) так называемые невырожденные репликаторные модели.

**Определение.** Репликаторная система (1) называется невырожденной, если для любых начальных данных системы  $u_i^0, i=1,n, u^0 \in int\{S_n\}$  существует  $\delta_0 > 0$  такое, что

$$\lim_{t\to\infty}\inf u_i\left(t\right)\geqslant \delta_0>0, i=1,n.$$

Иными словами, система является невырожденной, если граница симплекса  $S_n$  отталкивает траектории системы. Замечательным является тот факт, что система гиперцикла невырождена. Это следует из теоремы 1:

**Теорема 1.** Репликаторная система (1) является невырожденной, если существует такой элемент  $p \in int \{S_n\}$ , что выполняется условие

$$(P, A\overline{u}) > (\overline{u}, A\overline{u})$$

для всех неподвижных точек  $\overline{u} \in bd$   $\{S_n\}$  системы (1).

Рассмотрим, так называемую двухкратную гиперциклическую систему. В этом случае уравнение динамики имеет вид

$$\dot{u}_{i} = u_{i} \left( k_{i} k_{i-1} u_{i-1} u_{i-2} - f(t) \right), f(t) = \sum_{i=1}^{n} k_{i} k_{i-1} u_{i} u_{i-1} u_{i-2}.$$
 (2)

Справедливо

**Утверждение.** При нечетном  $n \geqslant 5$  система двухкратного гиперцикла имеет единственное положение равновесия  $u_i = \frac{1}{n}$ , которое асимптотически устойчиво при n = 5 и неустойчиво при n > 5.

#### Список литературы

- [1] Darwin C. The Origin of Species by Means of natural Selection Or the preservation Favored Races in the Struggle for life. London, 1859.
- [2] Эйген М., Шустер П. Гиперциклы, принципы самоорганизации макромолекул. Москва: Мир.1982.

# Численное решение стационарных задач вязкой несжимаемой жидкости

Вабищевич Петр Николаевич<sup>1</sup>, Ломасов Дмитрий Викторович<sup>2</sup>

Вычислительные технологии широко используются при исследовании проблем динамики несжимаемой жидкости. При рассмотрении течений в сложных расчетных областях используются конечно-элементные аппроксимации по пространству [1]. Для приближенного решения стационарных задач часто применяется применяется метод установления. Более естественный подход к минимизации вычислительных затрат достигается использованием итерационных методов с учетом специфики рассматриваемых задач.

Ставится краевая задача для уравнений Навье-Стокса в ограниченной области  $\Omega$ :

$$-\nu \operatorname{div} \operatorname{grad} \boldsymbol{u} + \operatorname{div}(\boldsymbol{u} \otimes \boldsymbol{u}) + \operatorname{grad} p = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}),$$
  
 $\operatorname{div} \boldsymbol{u} = 0, \quad \boldsymbol{x} \in \Omega,$   
 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = 0, \quad \boldsymbol{x} \in \partial\Omega,$ 

где u — скорость, p — нормализованное на плотность давление,  $\nu$  — кинематическая вязкость.

Численно исследовалась сходимость различных итерационных методов. С учетом нелинейности конвективного переноса рассматривались его линеаризации в различных формах:

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{u}^{k+1} \otimes \boldsymbol{u}^{k+1}) \approx \operatorname{div}(\boldsymbol{u}^k \otimes \boldsymbol{u}^{k+1}),$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра автоматизации научных исследований, факультет ВМК МГУ, e-mail: vab@cs.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Кафедра математики, Филиал МГУ в г. Сарове, e-mail: lomasovdv@my.msu.ru

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{u}^{k+1} \otimes \boldsymbol{u}^{k+1}) \approx \operatorname{div}(\boldsymbol{u}^{k+1} \otimes \boldsymbol{u}^{k}),$$
$$\operatorname{div}(\boldsymbol{u}^{k+1} \otimes \boldsymbol{u}^{k+1}) \approx \frac{1}{2} \left( \operatorname{div}(\boldsymbol{u}^{k} \otimes \boldsymbol{u}^{k+1}) + \operatorname{div}(\boldsymbol{u}^{k+1} \otimes \boldsymbol{u}^{k}) \right),$$

где k — номер итерации. Метод Ньютона соответствует использованию линеаризации

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{u}^{k+1}\otimes\boldsymbol{u}^{k+1}) \approx \operatorname{div}(\boldsymbol{u}^{k}\otimes\boldsymbol{u}^{k+1}) + \operatorname{div}(\boldsymbol{u}^{k+1}\otimes\boldsymbol{u}^{k}) - \operatorname{div}(\boldsymbol{u}^{k}\otimes\boldsymbol{u}^{k}).$$

Расчеты выполнены для тестовой двумерной задачи о течении в каверне [2] при больших числах Рейнольдса  $\mathrm{Re}$  (10 000 и больше) на последовательности расчетных сеток вплоть до  $513 \times 513$ . Использовались треугольные квадратичные конечные элементы для скорости и линейные — для давления. Сходимость итерационных методов имеет место только до некоторых значений числа Рейнольдса. Наиболее предпочтительным является метод Ньютона. При больших  $\mathrm{Re}$  сходимость обеспечивается специальными процедурами задания начального приближения.

#### Список литературы

- [1] Glowinski R., Pan T.-W. Numerical Simulation of Incompressible Viscous Flow. Berlin: de Gruyter. 2022.
- [2] Shankar P. N., Deshpande M. D. Fluid mechanics in the driven cavity // Annual Review of Fluid Mechanics. 2000. V. 32, № 1. P. 93–136.

# Оценка остаточного времени работы промышленного оборудования и классификация дефекта

# Ечкина Евгения Юрьевна, Назаров Артём Сергеевич

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: ejane@cs.msu.su, nazarart06@gmail.com

**Введение.** Современные промышленные системы, особенно тягодувные установки, играют ключевую роль в производственных процессах. Однако, даже незначительные дефекты в таких системах могут привести к серьезным последствиям, включая простои и аварии. Поэтому разработка эффективных методов для раннего обнаружения и классификации дефектов в тягодувных установках имеет большое значение.

**Методика.** В данной статье рассматривается методика выявления дефектов в тягодувных установках с использованием анализа временных рядов вибрационных данных. Для решения этой задачи используется рекуррентная нейронная сеть с долгой краткосрочной памятью (LSTM [1]), которая обладает способностью эффективно анализировать последовательные данные и выявлять аномалии.

**Метрики.** Для оценки качества работы предложенной модели использовались следующие метрики [2]:

- 1. Точность (Accuracy): Отношение числа правильно классифицированных фрагментов к общему числу фрагментов. Эта метрика позволяет оценить общую эффективность классификации.
- 2. Полнота (Recall): Отношение числа верно классифицированных фрагментов к общему числу фрагментов с дефектами. Полнота показывает способность модели обнаруживать все дефекты.
- 3. Точность (Precision): Отношение числа верно классифицированных фрагментов к общему числу фрагментов, классифицированных моделью как имеющие дефект. Эта метрика позволяет оценить точность обнаружения дефектов.
- 4. F1-мера (F1-Score): Гармоническое среднее между точностью и полнотой. Она является сбалансированным показателем, учитывающим как точность, так и полноту классификации.
- 5. ROC-AUC: Площадь под кривой ROC (Receiver Operating Characteristic). Эта метрика позволяет оценить качество бинарной классификации в зависимости от порога классификации.

**Результаты.** Эксперименты показали, что предложенная методика обладает высокой точностью и эффективностью в выявлении дефектов в тягодувных установках. Нейронная сеть классифицировала фрагменты временных рядов как фрагменты без поломок, с существенными поломками и несущественными поломками с высокой точностью. Значения метрик, таких как F1-скор, подтверждают хорошее качество классификации.

**Заключение.** Разработанная методика представляет собой важный шаг в направлении автоматизации процесса выявления дефектов в тягодувных установках. Дальнейшие исследования могут быть направлены на расширение функциональности модели и ее применение в реальных условиях промышленного производства. Однако, предложенный подход уже сейчас может значительно улучшить надежность и безопасность работы промышленного оборудования.

#### Список литературы

- [1] Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Deep Learning// М.: ДМК Пресс, 2019.
- [2] Smith J. Metrics in Machine Learning: A Comprehensive Guide// М.: Издательство Лабиринт, 2022.

# Применение интегральных параметров магнитных измерений для определения положения тороидального плазменного шнура

Зотов Игорь Викторович, Вертелецкий Никита Вячеславович

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: iv-zotov@cs.msu.ru, nikvert322@yandex.ru

В современных экспериментальных установках термоядерного синтеза токамак одной из основных задач является создание системы для управления положением плазмы. С этой целью применяются многочисленные датчики электромагнитной диагностики, расположенные внутри вакуумной камеры. В работе анализируется возможность использования интегральных параметров магнитных измерений для нахождения положения плазменного шнура внутри камеры. В качестве таких параметров рассматриваются моменты плотности тороидального тока плазмы. Кроме того электромагнитная диагностика применяется для исследования МГД-активности плазмы и организации пробоя в камере токамака. Поэтому необходима разработка надежных быстрых методов обработки данных электромагнитных измерений, способных работать в режиме реального времени эксперимента.

В 2023 году в НИЦ «Курчатовский институт» проведен энергетический пуск новой термоядерной установки токамак Т-15МД и проведено две экспериментальные компании. Получены разряды с током плазмы порядка 200 кА. На основе данных этих экспериментов проводилась обработка электромагнитных измерений и определялась граница плазмы [1]. Целью настоящей работы является изучение применимости интегральных моментов профиля тороидального тока для оценки положения плазменного шнура, а также вытянутости его поперечного сечения. Расчеты проводились помощью кода RPB для решения обратной задачи МГД-равновесия плазмы [2]. Представлены результаты сравнения данного метода с упрощенными эмпирическими формулами, применявшимися ранее в эксперименте для приближенной оценки положения плазмы на основе сокращенного набора датчиков.

Работа проведена в рамках выполнения Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт».

#### Список литературы

- [1] Зотов И.В., Андреев В.Ф., Балашов А.Ю. и др. Восстановление границы плазмы по экспериментальным измерениям токамака Т-15МД. В сб.: 51 Международная Звенигородская конференция по физике плазмы и УТС, Сборник тезисов докладов, 18—22 марта 2024 г.
- [2] Зотов И.В., Белов А.Г. Вычислительный код RPB для расчета границы плазмы по магнитным измерениям (модуль библиотеки «Виртуальный

токамак») // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез, т.37 (2014), вып.1, с. 97-102.

# Адаптация метода опорных векторов к обработке ЭКГ и распознаванию синдрома блокады левой ножки пучка Гиса

Сычугов Дмитрий Юрьевич, Долматов Александр Андреевич, Афонина Анастасия Александровна, Марьевич Мария Денисовна<sup>1</sup>, Юровский Алексей Юрьевич<sup>2</sup>

Актуальность и цель работы. Среди серьёзных сердечно-сосудистых заболеваний особое место занимает блокада левой ножки пучка Гиса (далее — БЛНПГ). Согласно статистике, этим заболеванием страдают 1,2% взрослых людей в возрасте до 50 лет (к 80 годам доля заболеваний увеличивается до 17%). БЛНПГ — достаточно распространенный синдром, который характеризуется нарушением проводимости электрического импульса в левой ножке пучка Гиса проводящей системы сердца. Прогрессирование синдрома БЛНПГ часто приводит к нарушению нормального сердечного ритма и к развитию сердечной недостаточности. Поэтому разработка математических методов и программного обеспечения для автоматизации диагностики БЛНПГ на кардиограммах пациентов, в том числе в удалённом режиме, приобретает особую актуальность. Целью данной работы является разработка такой методики.

Методы. Нами применялся метод машинного обучения SVM (Support Vector Machine), который основан на концепциях оптимального разделения классов и построения гиперплоскостей для разделения данных и предназначен для их классификации и регрессии. Ключевым фактом является то, что мы имеем дело с кардиограммами, прошедшими предварительную (стандартную) обработку: применяются фильтры высоких частот, низких частот, сетевой наводки, удаляются зашумлённые сегменты, что значительно повышает эффективность решения задачи. База данных для обучения этой модели была заполнена примерно 10 000 записями ЭКГ, предоставленными сотрудниками ООО «АТЕС МЕДИКА софт», с подтверждёнными (положительными и отрицательными) медицинскими диагнозами.

**Результаты.** Была проведена работа по выбору параметров, наиболее существенно влияющих на качество модели, и была построена матрица ошибок для оценки производительности классификатора. В ходе тестирования был выбран оптимальный набор параметров, обеспечивающий наилучшие результаты и наименьший процент врачебных ошибок 2-го рода.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: sychugov@cs.msu.ru, zarokdol@yandex.ru, afonina.anastasia.02@mail.ru, marievich.ru@mail.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> ООО «ATEC МЕДИКА софт», e-mail: alexey@atesmedica.ru

**Выводы.** Численные эксперименты, проведённые на тестовой выборке из тестовой базы данных записей ЭКГ, показали, что разработанная модель уже может применяться на практике.

#### Список литературы

[1] Хэмптон Дж. Р. Основы ЭКГ: пер. с англ. // М. : Мед. лит., 2007 — 224 с., ил.

# Применение методов машинного обучения для исследования некоторых задач хеджирования

# Шишкин Алексей Геннадиевич, Никонов Максим Викторович, Долматов Александр Андреевич

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: shishkin@cs.msu.ru, nikon.mv.cmc@gmail.com, zarokdol@yandex.ru

В настоящее время хеджирование, как инструмент снижения финансовых рисков, оказывается под влиянием ряда сложных и многомерных факторов, анализ которых становится возможным благодаря использованию последних достижений в области машинного обучения. В данной работе рассматривается задача поиска условий статического арбитража, которая заключается в идентификации ситуаций на рынке, предусматривающих возможность генерации безрисковой прибыли путем эксплуатации ценовых диспропорций [1]. Статический арбитраж тесно связан с хеджированием, так как направлен на снижение риска и может использоваться для защиты арбитражной позиции от непредвиденных рыночных изменений, которые могут исказить первоначальную ценовую диспропорцию.

Для проведения экспериментов были выбраны ежедневные данные с фондовых бирж, включая цены на фьючерсы и опционы, акции крупных компаний, валютные пары, полученные за последние 5–10 лет для обеспечения достаточного объема информации о различных рыночных условиях.

Для разметки обучающего множества были выбраны классические условия отсутствия арбитража в контексте опционного прайсинга: условие Butterfly Spread, пут-колл паритет, границы для цен опционов [2].

Для выявления новых закономерностей в данных использовалась символьная регрессия для извлечения описательных формул из данных, а именно, один из подходов — генетическое программирование, основанное на эволюционных принципах, где формулы эволюционируют для наилучшего описания данных, руководствуясь фитнес-функцией, которая оценивает их соответствие данным [3].

## Полученные результаты.

— Неравенства границы для стоимости колл и пут опционов. Эти неравенства говорят о том, что стоимость колл-опциона должна быть не меньше

внутренней стоимости, а стоимость пут-опциона должна быть не меньше внутренней стоимости, это соотносится с определением опционов [4].

- Уравнение пут-колл паритета с учетом дивидендов: это уравнение модифицирует пут-колл паритет для случая, когда актив выплачивает дивиденды.
- Неравенство для комбинации колл и пут опционов с одинаковым страйком: это условие гарантирует, что сумма стоимостей колл и пут опционов с одинаковым страйком не может быть меньше максимальной стоимости отдельно взятого колл или пут опциона.

Таким образом, если рыночные цены опционов не соответствуют этим неравенствам, теоретически существует возможность для арбитража. Полученные формулы могут служить сигналами для арбитражных стратегий, способных действовать в условиях высокой волатильности рынка и использовать моменты ценовых искажений.

#### Список литературы

- [1] Joshi M.S. (2003). The Concepts and Practice of Mathematical Finance (Mathematics, Finance and Risk). Cambridge University Press. ISBN: 978-0521823556.
- [2] Björk T. (2009). Arbitrage Theory in Continuous Time (3rd ed.). Oxford University Press. ISBN: 978-0199574742.
- [3] https://github.com/deep-symbolic-mathematics/TPSR (дата обращения: 05.03.2024).
- [4] Hull J. C. (2018). Options, Futures, and Other Derivatives (10th ed.). Pearson. ISBN: 978-0134472089.

# Новые возможности компилятора C-DVMH

# Бахтин Владимир Александрович $^1$ , Катаев Никита Андреевич $^2$ , Панькин Михаил Михайлович $^3$

Языки Fortran-DVMH [1] и C-DVMH [2] представляют собой расширение стандартных языков Фортран 95 и Си 99 в соответствии с моделью DVMH. При использовании данных языков программист имеет один вариант программы и для последовательного, и для параллельного выполнения. Программа, помимо описания алгоритма обычными средствами языка, содержит правила параллельного выполнения этого алгоритма. Правила оформляются синтаксически таким образом, что они являются «невидимыми» для стандартных компиляторов с языка Фортран и Си для последовательных ЭВМ и не препятствуют выполнению и отладке DVMH-программы на рабочих станциях как обычной последовательной программы.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: bakhtin@keldysh.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, e-mail: kataev\_nik@mail.ru

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: mishapankin@gmail.com

Для отображения DVMH-программы на параллельную ЭВМ используются специальные компиляторы, которые входят в состав DVM-системы [3]. DVMH-компилятор преобразует исходную программу в параллельную программу на языке Фортран или Си с вызовами функций системы поддержки параллельного выполнения DVMH-программ (библиотеки Lib-DVMH). Для каждого параллельного цикла компилятор генерирует процедуру-обработчик для вычислений на ускорителе (например, для графического процессора с использованием технологии CUDA) и процедуру-обработчик для выполнения этого параллельного цикла на центральном процессоре (например, для многоядерного процессора с использованием технологии ОрепМР). Обработчик — это подпрограмма, которая осуществляет обработку части параллельного цикла на конкретном вычислительном устройстве. Обработчик запрашивает порцию для исполнения (границы цикла и шаг), конфигурацию параллельной обработки (количество нитей), а после выполнения порции передает результат в систему поддержки.

Основная задача компиляторов с языков Fortran-DVMH и C-DVMH—эффективное отображение DVMH-программы на кластеры с многоядерными процессорами и ускорителями в узлах. Это достигается как за счет различных оптимизаций, которые выполняются статически, при компиляции программы, так и за счет динамических оптимизаций, которые выполняются во время работы программы.

Исторически компилятор с языка C-DVMH стал разрабатываться позднее компилятора с языка Fortran-DVMH. Это привело к тому, что не все возможности, которые присутствуют в языке Fortran-DVMH, можно использовать в C-DVMH. Например, отсутствовала поддержка работы с редукционными массивами, работа с удаленными данными типа REMOTE\_ACCESS в параллельных циклах. В рамках данной работы эти недостатки были устранены. Новые возможности компилятора C-DVMH позволили значительно упростить процесс разработки параллельных программ и повысить эффективность их параллельного выполнения. Это будет продемонстрировано на примере тестов из набора NAS Parallel Benchmarks.

### Список литературы

- [1] Язык Fortran-DVMH, Fortran-DVMH компилятор, компиляция, выполнение и отладка DVMH-программ. URL: http://dvm-system.org/static\_data/tutorial/FDVMH-tutorial.pdf (дата обращения 03.03.2024).
- [2] Язык C-DVMH, C-DVMH компилятор, компиляция, выполнение и отладка DVMH-программ. URL: http://dvm-system.org/static\_data/docs/CDVMH-reference-ru.pdf (дата обращения 03.03.2024).
- [3] DVM-система. Система разработки параллельных программ. URL: http://dvm-system.org/(дата обращения 03.03.2024).

# Сравнительная отладка **DVMH**-программ

# Бахтин Владимир Александрович, Катаев Никита Андреевич, Романов Алексей Александрович

Кафедра системного программирования, e-mail: va.bakhtin@yandex.ru, kataev\_nik@mail.ru, s02230491@gse.cs.msu.ru

С развитием технологий выросла потребность в высокопроизводительных вычислениях, в том числе с использованием гетерогенных систем, в которых алгоритмы запускаются на устройствах различного назначения: ЦПУ, ГПУ, ускорителях. Однако написание параллельных программ, работающих на гетерогенных системах, требует высокой квалификации программистов.

Современные инструменты автоматизации параллельного программирования включают в себя различные виды отладчиков. Чаще всего используются традиционные интерактивные отладчики, при которых пользователь определяет одну или несколько контрольных точек. Более продвинутые инструменты представлены динамическим анализом корректности, проверяющим в ходе выполнения программы заданные условия корректности, а также методом сравнительной отладки.

Сравнительная отладка совмещает в себе преимущества практического тестирования параллельных программ и формальной верификации. Эталонная (зачастую последовательная) версия программы может являутся формальной спецификацией для параллельной программы. Еще одно преимущество данного вида отладки состоит в том, что она позволяет сравнивать между собой не только разные версии одной программы, но и различные устройства, например ЦПУ и ГПУ.

Одним из инструментов автоматизации параллельного программирования, использующих метод сравнительной отладки, явдяется DVM-система. DVM расширяет языки С и Fortran директивами, преобразовывающими последовательную программу в параллельную.

В докладе рассмотрены сложности, возникающие при разработке сравнительного отладчика параллельных программ в DVM-системе [1] для языка С-DVMH [2]. Не так давно состоялся перенос компилятора с языка С-DVMH на одну из промышленно используемых компиляторных платформ (CLANG+LLVM), поддерживающую современные стандарты языков Си и Си++. В связи с таким переходом многие решения, принятые в старой версии DVMH-компилятора, были пересмотрены, в том числе был реализован новый подход по инструментации программ, необходимый для сравнительной отладки [3-4]. Богатая грамматика языка Си, использование макросов, работа с редукционными переменными существенно усложняет процесс инструментации программ. В докладе будут представлены новые возможности DVM-отладчика, которые позволяют справиться с перечисленными проблемами.

## Список литературы

- [1] Сайт DVM-системы URL: http://dvm-system.org (дата обращения: 03.03.2024)
- [2] Язык C-DVMH. C-DVMH компилятор. Компиляция, выполнение и отладка CDVMH-программ. URL: http://dvm-system.org/static\_data/docs/CDVMH-reference-ru.pdf (дата обращения: 03.03.2024)
- [3] Крюков В.А., Удовиченко Р.В. Отладка DVM-программ // Программирование. 2001. N 3. 19–29.
- [4] Крюков В.А., Кудрявцев М.В. Автоматизация отладки параллельных программ // Вычислительные методы и программирование. 2006. N 7. 102-110

# ИСКЛЮЧЕНИЕ ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИХ ДАННЫХ ИЗ РЕЗЕРВНЫХ КОПИЙ СЕРВИСОВ

Бирюков Андрей Матвеевич, Корухова Людмила Сергеевна<sup>1</sup>, Лазарев Никита Алексеевич<sup>2</sup>, Столяров Роман Константинович<sup>3</sup>

- <sup>1</sup> Кафедра системного программирования ВМК МГУ, e-mail: biryukov.andrej2000@ispras.ru, sp@cs.msu.ru
- $^2$  Институт системного программирования им. В.П. Иванникова, e-mail: lazarevn@ispras.ru
- <sup>3</sup> Национальный исследовательский университет Высшая Школа Экономики, факультет компьютерных наук, e-mail: sadimer@ispras.ru

Облачные вычисления [1]—это модель предоставления вычислительных ресурсов по запросу, которая позволяет упрощать решение задач хранения и обработки данных. В качестве предоставляемых услуг могут выступать как инфраструктурные ресурсы, так и программное обеспечение различного уровня: от подготовленной программной среды до распределённых сервисов. В свою очередь, подготовка и установка программного обеспечения—трудоёмкая задача, требующая учёта взаимосвязей инфраструктуры и программных компонентов системы. Для автоматизации установки и настройки сервисов в облачной среде используются специальные системы оркестрации.

Michman [2] является оркестратором сервисов платформенного уровня. В ходе его разработки используется описание шаблонов сервисов и компонентов при помощи стандарта TOSCA [3]. Этот подход обеспечивает гибкую работу с различными облачными ресурсами и позволяет работать вне зависимости от конкретного облачного провайдера.

Развертывание сервисов заключается в создании виртуальных машин, установке необходимого вспомогательного программного обеспечения, а также конфигурации и установке целевого сервиса. Актуальной проблемой является продолжительное время выполнения этих операций, из-за чего предоставление услуг может быть замедленно. Для ускорения развертывания предложен метод, основанный на создании резервных копий виртуальных машин (Рис. 1).

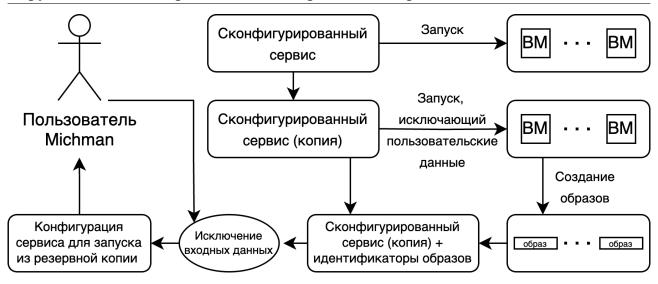


Рис. 1: Схема создания резервных копий

Создание резервных копий виртуальных машин влечет за собой сохранение всех пользовательских данных, которые вводились во время конфигурации кластера, а также во время работы сервиса (например, учётных данных).

В оркестратор добавлен режим развертывания кластера с исключением пользовательских данных. На основе описания артефактов в стандарте TOSCA, а также при помощи доработки шаблонов, для разработчиков сервисов Michman добавлена возможность пометить артефакты, распространяющие пользовательские данные. Кроме того, поддерживается возможность пометить входные параметры для исключения их из конфигурации резервных копий. После этого воспроизводится развёртывание кластера без пользовательских данных, который используется для создания образов виртуальных машин.

Исключение пользовательских данных является одной из мер повышения безопасности, позволяющая предотвратить раскрытие персональных данных пользователя, создавшего резервную копию кластера. Таким образом, предложенный подход позволяет:

- Исключать из развёртывания кластеров пользовательские данные;
- Автоматизировать процесс конфигурации кластера из резервной копии.

#### Список литературы

- [1] The NIST Definition of Cloud Computing. https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/legacy/sp/nistspecialpublication800-145.pdf
- [2] Elena Aksenova, Nikita Lazarev, David Badalyan. Michman: an Orchestrator to deploy distributed services in cloud environments. 2020. Pp. 57–63
- [3] TOSCA Официальная документация. https://www.oasis-open.org/committees/tc home.php?wg abbrev=tosca

# МЕТОДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДАЧ АННОТИРОВАНИЯ ДАННЫХ

Корабулина Александра Сергеевна, Корухова Людмила Сергеевна $^1$ , Недумов Ярослав Ростиславович $^2$ 

<sup>1</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: s02220421@stud.cs.msu.ru, sp@cs.msu.ru

<sup>2</sup> Институт системного программирования им. В.П. Иванникова, e-mail: yaroslav@ispras.ru

Методы машинного обучения с учителем применяются для решения широкого спектра задач в различных предметных областях[1]. Использование подобных методов требует наличия размеченного набора данных, одним из распространенных способов создания которого является проведение разметки (аннотирования) набора данных несколькими экспертами за вознаграждение[2]. Чтобы исключить некачественную разметку данных, всем экспертам должна быть предоставлена полная и точная инструкция. В процессе разработки инструкции могут проводиться итерации пробной разметки небольшой части набора данных, целью которой является обнаружение между экспертами разногласий, связанных с недостатками инструкции.

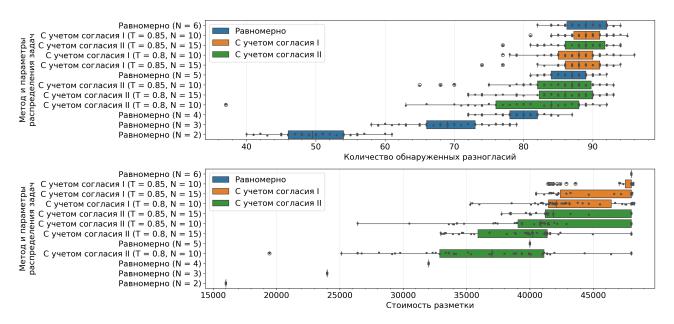


Рис. 1: Количество обнаруженных разногласий и стоимость разметки в зависимости от метода распределения задач.

Распределение задач аннотирования может влиять на количество обнаруженных разногласий между экспертами и стоимость пробной разметки. В процессе разметки данных известна информация о согласии между экспертами, однако большинство методов распределения задач ее не учитывают[3]. Нами были разработаны два метода распределения задач с учетом согласия. Методы определяют группы похожих между собой экспертов, вычисляя их уровень

согласия между собой, и распределяют задачи аннотирования таким образом, чтобы каждый элемент данных был размечен одним представителем каждой из обнаруженных групп. Параметрами методов являются порог согласия (Т), число элементов данных, на основе которых будет приниматься решение о схожести экспертов (N), и метрика согласия.

Нами было проведено сравнение методов с учетом согласия с различными параметрами с равномерным методом, распределяющим задачи таким образом, чтобы каждый элемент данных был размечен фиксированным числом экспертов. Для проведения сравнения был смоделирован процесс классификации ста элементов данных на три класса пятью экспертами с низкой точностью и одним экспертом с высокой точностью. Результаты сравнения методов представлены на рисунке 1. Сравнение показало, что метод распределения задач аннотирования с учетом согласия позволяет обнаружить количество разногласий, сравнимое с наиболее полной разметкой (каждый элемент данных размечается каждым экспертом), при этом в ряде случаев стоимость разметки значительно ниже.

#### Список литературы

- [1] Roh Y. Heo G., Whang S. A survey on data collection for machine learning: a big data-ai integration perspective // IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering. 2019. T. 33, № 4. C. 1328–1347.
- [2] Chang J., Amershi S., Kamar E. Revolt: Collaborative crowdsourcing for labeling machine learning datasets // Proceedings of the 2017 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems. 2017. C. 2334–2346.
- [3] Hettiachchi D., Kostakos V., Goncalves J. A survey on task assignment in crowdsourcing // ACM Computing Surveys (CSUR). 2022. T. 55, № 3. C. 1–35.

# Новые преобразования Фортран-программ в системе автоматизированного распараллеливания

Крюков Виктор Алексеевич $^1$ , Колганов Александр Сергеевич $^2$ , Гусев Григорий Дмитриевич $^3$ 

Написание параллельных программ, как и распараллеливание последовательных, является трудоёмким процессом и требует от программиста дополнительных знаний различных технологий параллельного программирования и их одновременного применения. Системы автоматизированного распараллеливания призваны облегчить задачу создания новых параллельных программ,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: krukov@keldysh.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> ИПМ им. В. М. Келдыша РАН, e-mail: alexander.k.s@mail.ru

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: gr-gusev@mail.ru

а также распараллеливания существующих. Важным этапом на пути получения параллельной программы является преобразование последовательной программы, поскольку исходная структура программы может оказаться плохо подходящей для её распараллеливания.

В ИПМ им. М.В. Келдыша РАН при активном участии аспирантов и студентов факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова создана технология параллельного программирования DVMH [1] и система автоматизированного распараллеливания SAPFOR для распараллеливания Фортран и Си программ в модели DVMH.

Для расширения возможностей системы SAPFOR по автоматизированному распараллеливанию Фортран-программ было разработано преобразование «удаление приватных переменных». Данное преобразование применяется к последовательным программам и заключается в удалении приватных массивов из цикла с помощью подстановки выражений из определений элементов массива в места их использования в теле цикла. Для выполнения преобразования требуется решить две задачи: найти соответствие между определениями элементов приватного массива и местами их использования в теле цикла, а также проверить корректность подстановки выражения-определения элементов массива в местах его использования.

Первая задача по поиску соответствия определений и обращений к элементам приватного массива была решена через их отображение на обращения к временным скалярным переменным и выполнение анализа достигающих определений для введённых скалярных переменных. Вторая задача по проверке возможности подстановки выражения из определения элементов приватного массива в места их использования была решена с помощью анализа, который проверяет, что все переменные из определения массива сохраняют своё значение на всём пути выполнения от места определения массива до места его использования.

Реализованное преобразование было апробировано на программе LU из пакета прикладных программ NAS Parallel Benchmarks и позволило избавиться от всех приватных массивов в двух основных вычислительных процедурах программы. Благодаря данному подходу для рассматриваемой программы на классе D удалось сократить использование памяти после распараллеливания с 70ГБ до 8.5ГБ, что делает возможным выполнение данной программы на графическом процессоре Tesla V100 с 16ГБ памяти, а также существенно сокращает накладные расходные на коммуникации и их объем между процессами при запуске на двух и более процессах.

### Список литературы

[1] Сайт DVM-системы URL: dvm-system.org (дата обращения: 3.03.2024)

# **А**ВТОМАТИЗИРОВАННОЕ РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ ФОРТРАН-ПРОГРАММ НА ОБЩУЮ ПАМЯТЬ

Крюков Виктор Алексеевич $^1$ , Колганов Александр Сергеевич $^2$ , Кочармин Михаил Дмитриевич $^3$ 

- <sup>1</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: krukov@keldysh.ru
- <sup>2</sup> ИПМ им. В. М. Келдыша РАН, e-mail: alexander.k.s@mail.ru
- $^3$  Кафедра системного программирования, e-mail: mkocharmin@yandex.ru

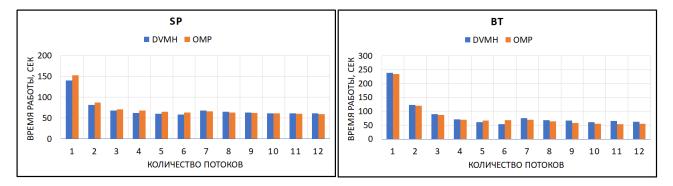
Современный мир трудно представить без параллельных вычислений. Создание параллельного кода — задача, требующая больших трудозатрат и высокой квалификации. Для упрощения параллельного программирования в ИПМ РАН были разработаны средства для компиляции, выполнения и отладки параллельного кода — DVM-система [1] и инструмент для автоматизированного распараллеливания программ — SAPFOR [2].

Язык DVMH использует модель параллелизма по данным, что означает, что данные распределяются по узлам вычислительной системы и каждй узел выполняет те и только те вычисления, которые связаны с соответствующими данными. Но иногда приходится иметь дело с системами, элементы которых имеют общую оперативную память. В этом случае распределение данных бессмысленно. Для этого в DVMH-модель были добавлены соответствующие директивы, позволяющие определять параллельные циклы без распределения данных. Целью данной работы было добавление поддержки автоматизированного распараллеливания программ для систем с общей памятью в системе SAPFOR.

Помимо этого, режим распараллеливания на общую память может быть полезен ещё в трёх случаях: для дополнительного распараллеливания существующих МРІ-программ, для предварительной оценки распараллеливания без выбора схемы распределения данных, а также в случае отсутствия возможности построить какую-либо схему распределения данных.

Реализованный режим распараллеливания на общую память был апробирован на программах ВТ и SP из пакета прикладных программ NAS Parallel Benchmarks [3] с общим объемом кода примерно 6000 строк. В данный пакет входят версии программ с использованием технологии OpenMP, созданные разработчиками этого пакета, с которыми произведено сравнение эффективности выполнения на многоядерном процессоре. Исследование проводилось на процессоре Intel Core i7 980х с 6 ядрами и 12 потоками. На Рис.1 приведены результаты запусков OpenMP версий и версий, полученных с помощью системы SAPFOR. На рассмотренных программах автоматизированное распараллеливание с помощью системы SAPFOR не уступает ручному распараллеливанию с помощью технологии OpenMP по времени выполнения полученной парал-

лельной программы, при этом снижается трудоемкость создания параллельной программы.



Puc. 1: Сравнение производительности SAPFOR (DVMH) и ОрепМР программ ВТ и SP, класс В

#### Список литературы

- [1] Сайт DVM-системы URL: dvm-system.org (дата обращения: 03.03.2024)
- [2] Катаев Н.А., Колганов А.С. Автоматизированное распараллеливание программ для гетерогенных кластеров с помощью системы SAPFOR // Вычислительные методы и программирование. 2022. 23, No 4. 379–394. doi 10.26089/NumMet.v23r424
- [3] "NAS Parallel Benchmarks". NASA Advanced Supercomputing Division. URL: https://www.nas.nasa.gov/software/npb.html (дата обращения: 03.03.2024).

# ИССЛЕДОВАНИЕ СОВРЕМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ GRID-ВЫЧИСЛЕНИЙ И РЕАЛИЗАЦИЯ МЕХАНИЗМА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДАНИЙ НА БАЗЕ КОНТЕЙНЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ.

# Озерова Татьяна Александровна $^1$ , Борисенко Олег Дмитриевич $^2$ , Турдаков Денис Юрьевич $^3$

Многие вычислительные задачи можно разбить на небольшие части и эффективно посчитать, за счет горизонтального масштабирования. Это требует высоких вычислительных мощностей. Для объединения большого количества различных ресурсов в единую инфраструктуру используют Grid-системы, например, BOINC [1]. Это программное обеспечение позволяет достаточно легко наращивать вычислительную мощность для расчета задач, требующих специализированный ресурс (например, графические видеоускорители) [2].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра системного программирования ФКН ВШЭ, e-mail: tanya1515@ispras.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Институт системного программирования им. В. П. Иванникова, e-mail: borisenko@ispras.ru

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Кафедра системного программирования ВМК МГУ, e-mail: turdakov@ispras.ru

Пользователя, предоставляющего свои вычислительные ресурсы, называют волонтером.

При использовании BOINC для расчета задачи возникают следующие технические сложности:

- 1. Необходимость создания отдельной версии исполняемого кода задачи под каждую из используемых волонтерами операционных систем;
- 2. Низкий уровень изоляции задачи автора от хостовой системы волонтера только за счет создания отдельного пользователя и специальных директорий на волонтерской машине.

В рамках проведенной работы в систему ВОІNС была добавлена возможность расчета задач с использованием контейнеров. Контейнеры представляют из себя альтернативный механизм виртуализации, предполагающий поддержку ядром ОС множества изолированных от хостовой системы и друг от друга пользовательских пространств. Кроссплатформенность достигается за счет технологии WSL [3]. Написанный модуль в автоматическом режиме создает задачу в формате ВОІNС и отправляет ее в очередь на выполнение. При запуске модуля необходимо указать название контейнерного образа, ресурсные характеристики задачи (в том числе использование графических видеоускорителей), файлы с входными данными. В качестве основных результатов можно выделить следующие:

- 1. Решен вопрос изоляции задачи автора от хостовой системы волонтера;
- 2. Нет необходимости адаптировать расчетную задачу под различные опреационные системы.

## Список литературы

- [1] Anderson David P. BOINC: A Platform for Volunteer Computing //Journal of Grid Computing. 2020
- [2] World Community Grid (WCG) https://www.worldcommunitygrid.org/
- [3] Windows Subsystem for Linux (WSL) https://learn.microsoft.com/en-us/windows/wsl/

# МЕТОДЫ АНАЛИЗА БУФЕРОВ В ПАМЯТИ ПРИ СИМВОЛЬНОМ ИСПОЛНЕНИИ БИНАРНОГО КОДА

Соловьев Михаил Александрович, Манушин Дмитрий Валерьевич, Голованов Никита Сергеевич

Кафедра системного программирования, e-mail: icee@ispras.ru, dman95@ispras.ru, rassel19n@ispras.ru

Методы анализа буферов в памяти применяются при поиске ошибок и уязвимостей в бинарном коде, что является актуальной задачей из-за роста

сложности анализируемого ПО. В данной работе рассмотрены методы анализа буферов при символьном исполнении кода и предложен новый метод анализа буферов при символьном исполнении бинарного кода.

В статье [1] рассмотрен подход построения предикатов безопасности для буферов, находящихся в куче, при символьном исполнении кода. Он состоит в поиске вызовов функций malloc и free для определения размера и состояния буфера. При попытке чтения или записи буферов, расположенных в куче, производится проверка корректности обращения к данным буферам на основе собранной ранее информации. В статье [2] рассмотрен подход с построением модели памяти, описывающей адреса в памяти через тройку: номер адресного пространства, смещение относительно начала пространства и размер выделенной памяти относительно текущего смещения. При этом смещение и размер описываются символьными значениями, что позволяет анализировать запросы к памяти по символьным адресам.

В рамках данной работы реализован метод анализа, который позволяет отслеживать состояние буферов (выделен, освобождён) и проверять правильность обращений к буферам не только по конкретным, но и по символьным адресам, так как реализует модель памяти, похожую на описанную в статье [2]. Но основное его преимущество относительно методов, описанных в статьях - это возможность объединения символьных состояний, так как основная проблема символьного исполнения – экспоненциальный рост количества исследуемых путей, и наличие возможности объединения исследуемых состояний сильно ускоряет процесс анализа. К примеру, при объединении всех условных ветвлений, происходящих в исследуемом цикле, это позволяет увеличивать множество исследуемых состояний при проверке возможности завершения цикла только на одно, а не на число возможных ветвлений в теле цикла. Дополнительно это даёт возможность объединять похожие состояния и исследовать не каждый отдельный путь, а необходимые аналитику группы путей. Метод реализован в виде подключаемого модуля среды анализа бинарного и исходного кода GlassFrog, разрабатываемой в ИСП РАН [3].

### Список литературы

- [1] Вишняков А. В., Кобрин И. А., Федотов А. Н. Поиск ошибок в бинарном коде методами динамической символьной интерпретации // Труды ИСП РАН. 2022. Т. 34, Вып. 2, С. 25–42.
- [2] Vishnyakov A., Logunova V., Kobrin E. Symbolic Security Predicates: Hunt Program Weaknesses // 2021 Ivannikov ISPRAS Open Conference. IEEE, 2021, pp. 76–85.
- [3] Соловьев М. А., Бакулин М. Г., Горбачев М. С., Манушин Д. В., Падарян В. А. О новом поколении промежуточных представлений, применяемом для анализа бинарного кода // Труды ИСП РАН. 2018. Т. 30, Вып. 6, С. 39–68.

# Разграничение доступа в поисковых системах

# Турдаков Денис Юрьевич<sup>1</sup>, Рындин Максим Алексеевич<sup>2</sup>, Сазонов Илья Георгиевич<sup>3</sup>

- <sup>1</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: turdakov@ispras.ru
- <sup>2</sup> Институт системного программирования имени В. П. Иванникова РАН, e-mail: mxrynd@ispras.ru
- <sup>3</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: looorrrd@mail.ru

В современном мире, когда огромное количество людей работает с большими данными и использует многопользовательские системы, вопрос безопасности и ограничения доступа к информации становится нетривиальной задачей. Особенно трудно обеспечить безопасность при работе с данными в виде графовой структуры, так как граф может иметь сложную конфигурацию.

Предлагаемым решением является использование ABAC (Attribute-Based Access Control) [1] — атрибутный контроль доступа, на основе которого можно реализовывать другие системы контроля доступа, такие как ролевая (RBAC), мандатная (MAC) и избирательная (DAC) модели [2]. В системе также реализуется возможность разработки правил с помощью DSL (Domain-Specific Language). Такой подход позволит разработать одну универсальную систему, имеющую общий интерфейс настройки разграничения доступа в виде поисковых выражений и дающую возможность работать с разными поисковыми диалектами.

Хранение политик контроля доступа организовано в виде деревьев, аналогично стандарту атрибутной модели ХАСМL [3], где каждое дерево состоит из множества политик (среди них имеется корневая политика) и правил. Политика содержит список требуемых правил и алгоритм их комбинирования. В системе правила подразделяются на локальные и фильтрующие, где локальные правила вычисляются достаточно просто и не требуют обращения в поисковую машину за дополнительной информацией, а фильтрующие правила же необходимо проверять в поисковой машине. В результате вычисления дерева и комбинирования политик получается либо фильтрующее выражение, либо вердикт об отказе или предоставлении доступа к данным. В дальнейшем планируется добавление шаблонов RBAC, MAC и DAC.

В рамках проекта Talisman уже начата работа над такой системой, поскольку в платформе необходимо уметь разграничивать и контролировать доступ пользователей к большой базе данных. Для поисковых сценариев в платформе существует внутренняя разработка — язык Talisman Query Language (TQL). Запросы на этом языке используются в качестве правил.

## Список литературы

[1] Attribute-Based Access Control / D. R. Kuhn, V. C. Hu, D. F. Ferraiolo, R. Chandramouli // Computer 48.2. 2015. C. 85–88.

- [2] Jin X., Krishnan R., Sandhu R. A Unified Attribute-Based Access Control Model Covering DAC, MAC and RBAC // Data and Applications Security and Privacy. 2012. C. 41–55.
- [3] Iervolino F. Support XACML Policies within an advanced architecture for UserPrivacy. M.: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. 152 c.

# АРХИТЕКТУРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ МИКРОЯДРА И ПРОСТРАНСТВА ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ ДЛЯ ОС ОБЩЕГО НАЗНАЧЕНИЯ

Хорошилов Алексей Владимирович, Басков Евгений Сергеевич Кафедра системного программирования, e-mail: khoroshilov@ispras.ru, baskov@ispras.ru

Для операционных систем (ОС) общего назначения зачастую применяются монолитные или гибридные ядра. Данная работа рассматривает возможность применения микроядер для таких ОС с целью предоставления большей надежности и безопасности без уменьшения производительности. В данном случае под термином «ОС общего назначения» в значительной мере понимается возможность реализации POSIX (Portable Operating System Interface) интерфейсов, как одних из наиболее распространенных.

Раннее уже была продемонстрирована реализация высокопроизводительных микроядер на примере L4 [1] и более позднего seL4 [2], однако данные системы либо не поддерживают POSIX, либо реализуют его посредством запуска ядра Linux в режиме паравиртуализации (L4Linux [3]), уменьшая преимущества использования микроядерной архитектуры из-за наличия одного большого привилегированного компонента. Данная работа ставит целью проектирование микроядра, сопоставимого по сложности с seL4, позволяющего эффективно реализовать POSIX с лучшей изоляцией компонент.

**Результаты.** В рамках работы было реализовано собственное микроядро для архитектуры x86\_64, вдохновленное seL4 и минимальный набор пользовательских библиотек. Однако в него были внесены изменения, упрощающие использование API, увеличивающие производительностью в целом и производительность реализации POSIX, а также приближающие архитектуры ядра с современному состоянию дел.

В последний пункт включается улучшение поддержки многоядерности путем отказа от big kernel lock (BKL) — мьютекса, сериализирующего работу ядра, что негативно влияет на производительность на современных многопроцессорных системах. При этом за счет использования неблокирующих алгоритмов и RCU [4], накладные расходы на синхронизацию при работе ядра снижены так, что на быстром пути исполнения IPC (Interprocess Communication) необходимо захватить только 1–2 мьютекса, что сравнимо с BKL и в значительной степени решает проблемы рассматриваемые в [5].

Другим изменением, является поддержка механизма массовой подачи системных вызовов и сообщений IPC, вдохновленного io\_uring [6]. Данный механизм снижает накладные расходы на переключение контекста, свойственные всем микроядерным системам и увеличенные за счет исправления аппаратных уязвимостей, таких как *Spectre* [7].

#### Список литературы

- [1] Liedtke J. Improving IPC by Kernel Design // ACM SIGOPS Operating Systems Review, Серия 5, Т. 27, С. 175–188.
- [2] Heiser G. The seL4 Microkernel An Introduction. White paper. Revision 1.2. // The seL4 Foundation. 2020.
- [3] L4Linux Running Linux on top of L4 [Электронный ресурс] // Operating Systems Group, Dept. of CS, TU-Dresden. URL: https://l4linux.org/papers.shtml (дата обращения: 04.03.24).
- [4] Read-Copy Update / P.E. McKenney, J. Appavoo, A. Kleen, O. Krieger, R. Russell, D. Sarma, M. Soni // Linux Technology Center. IBM Beaverton. 2001. URL: http://www.rdrop.com/users/paulmck/RCU/rclock OLS.2001.05.01c.pdf (дата обращения: 04.03.24).
- [5] For a Microkernel, a Big Lock Is Fine / S. Peters, A. Danis, K. Elphinstone, G. Heiser // APSys '15: Proceedings of the 6th Asia-Pacific Workshop on Systems. 2015. Статья № 3. С. 1–7.
- [6] Axboe J. Efficient IO with io\_uring // URL: https://kernel.dk/io\_uring.pdf (дата обращения: 04.03.24).
- [7] Spectre Attacks: Exploiting Speculative Execution / P. Kocher, J. Horn, A. Fogh, D. Genkin, D. Gruss, W. Haas, M. Hamburg, M. Lipp, S. Mangard, T. Prescher, M. Schwarz, Y. Yarom // URL: https://spectreattack.com/spectre.pdf (дата обращения: 04.03.24).

# Разработка пакета поддержки интерфейса МКИО для ARINC 653-совместимой ОСРВ

# Хорошилов Алексей Владимирович, Чепцов Виталий Юрьевич, Белов Максим Александрович

Кафедра системного программирования; Институт системного программирования имени В.П. Иванникова РАН, e-mail: khoroshilov@ispras.ru, cheptsov@ispras.ru, s02220336@cs.msu.ru

Комплексы бортового оборудования современных летательных аппаратов должны иметь высокий уровень надежности и соответствовать требованиям функциональной безопасности. Основой построения комплексов бортового оборудования летательных аппаратов является концепция интегрированной модульной авионики (ИМА) [1]. Данный подход предоставляет возможность перенести основные функции управления на уровень программного обеспечения,

что позволяет представить аппаратную часть построения вычислительной системы в виде набора ограниченного числа стандартных элементарных модулей. Конструкция каждого модуля разрабатывается на базе стандартов, обеспечивающих соответствие принципу унификации и взаимозаменяемости. При подходе ИМА необходимо обеспечить строгую изоляцию функциональных программ различных систем. Данная задача решается путем применения в составе современных бортовых комплексов операционных систем реального времени (ОСРВ), позволяющих также представить уровень программного обеспечения в виде отдельных функционально-программных модулей. Соответствие модульному принципу на всех этапах построения упрощает дальнейшую задачу стандартизации и, как следствие, приводит к снижению затрат в разработке и производстве.

Неотъемлемой частью процесса создания интегрированных вычислительных систем является построение коммуникационных сетей передачи данных для обеспечения межмодульного взаимодействия в режиме реального времени. Помимо информационного обмена коммуникационные сети позволяют осуществлять непрерывный контроль состояния всех критически важных систем, тем самым предоставляя возможность быстро реагировать на любые неисправности или изменения в состоянии. Это способствует созданию современных, модульных и высоконадежных бортовых комплексов с возможностями масштабирования и интеграции различных систем и приложений.

В рамках данной работы анализируются требования, предъявляемые стандартом ARINC 653 к драйверам, обеспечивающим поддержку сетевых протоколов, рассматривается процесс проектирования и разработки механизмов сетевого взаимодействия посредством использования мультиплексного канала информационного обмена (МКИО), описываемого такими стандартами, как ГОСТ Р 52070 и MIL-STD-1553b, для ARINC 653-совместимой операционной системы реального времени.

Разработанные в результате работы механизмы представлены в виде композиции отдельных компонентов, каждый из которых соответствует конкретному режиму работы физического контроллера МКИО на общей шине. Спроектированная конфигурация компонентов, включающая в себя настройку аппаратной части и расписание сети, позволяет пользователю статически настроить расписание и выделить под него ресурсы с дополнительной возможностью выбора в динамике окончательных участников обмена в момент работы расписания разделов ОСРВ. С этой целью был разработан новый интерфейс для передачи по запросу пользовательского сообщения, содержащего помимо полезной нагрузки, дополнительную информацию о слотах расписания. Таким образом обеспечивается гибкость при выборе участников коммуникации.

### Список литературы

[1] Интегрированная Модульная Авионика / Н. И. Сельвесюк, Е. А. Федосов, В. В. Косьянчук // Радиоэлектронные Технологии. 2015. № 1. С. 66–71

# Нейросетевой подход К численному решению модели экономического роста на основе игр среднего поля

Богомолов Сергей Владимирович<sup>1</sup>, Леонов Елисей Александрович<sup>2</sup>

В последние годы растет интерес к стохастическим моделям экономической динамики, которые учитывают гетерогенность агентов [1]. В основе таких моделей лежит задача стохастического оптимального управления для каждого агента, которую можно формализовать системой вида (1).

торую можно формализовать системой вида (1). 
$$\begin{cases} V(t) = \max_{\boldsymbol{x}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{q} \in D} E_0 \int_0^\infty e^{-\rho t} u[\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{s}(t), \boldsymbol{q}(t)] dt \\ d\boldsymbol{s}_t = \boldsymbol{f}[*] dt + \boldsymbol{\sigma_s}^{1/2}[*] dW_{s,t} \\ d\boldsymbol{q}_{i,t} = \boldsymbol{g}[*_i] dt + \boldsymbol{\sigma_{q_i}}^{1/2}[*] dW_{q_i,t}, 1 \leqslant i \leqslant N, N \to \infty \\ d\boldsymbol{z}_t = \boldsymbol{\mu}(t) dt + \boldsymbol{\sigma_z}^{1/2} dW_{z,t} \\ \boldsymbol{s}(0) = \boldsymbol{s}_0, \boldsymbol{q}(0) = \boldsymbol{q}_0 \end{cases}$$
 (1)

Здесь V(t) — функция стоимости (ценности), D(s) — множество допустимых управлений,  $e^{-\rho t}$  — дисконтирующий множитель, u[\*] — функция мгновенной полезности,  $[*] = [\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{s}(t), \boldsymbol{q}(t)], \boldsymbol{x}(t)$  — переменные управления (потребление, труд),  $\boldsymbol{s}(t)$  — переменные состояния (запас активов),  $\boldsymbol{q}_i(t)$  — переменные состояния, для которых изучается динамика распределения агентов (дифференциация агентов по доходам), i — индекс агента,  $\boldsymbol{z}(t)$  — экзогенные шоки (например, шоки производительности),  $\Sigma^{1/2}$  — ковариационная матрица,  $W_t$  — Винеровский процесс.

Модель дополняется балансовыми ограничениями в виде интегралов, учитывающих динамику рапределения исследуемых переменных состояния. Равновесие по Нэшу описывается решением системы, которая включает уравнение Гамильтона—Якоби—Беллмана, необходимые условия оптимума, балансовые ограничения и уравнение Фоккера—Планка—Колмогорова [2]. Последнее (2) отражает эволюцию плотности  $P(\boldsymbol{q},t)$  распределения вероятностей величин  $\boldsymbol{q}$ :

$$\frac{\partial}{\partial t}P(\boldsymbol{q},t) = \sum_{q_i} \frac{\partial}{\partial q_i} [\mu(\boldsymbol{q})P(\boldsymbol{q},t)] + \sum_{q_i} \sum_{q_i} \frac{\partial^2}{\partial q_i \partial q_j} [\psi(\boldsymbol{q})P(\boldsymbol{q},t)]. \tag{2}$$

Численное решение такой системы можно получить конечно-разностными методами в случае небольшой размерности [3]. Но к такой задаче может быть пременен и нейросетевой подход, который объединяет технику проекции и

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра вычислительных методов, e-mail: bogomo@cs.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Кафедра вычислительных методов; ИПЭИ РАНХиГС, e-mail: elishaleonov@gmail.com

метода Монте—Карло [4]. Преимуществом нейронных сетей является не только возможность получить решение в многомерном случае с хорошей точностью, но и учесть дополнительные связывающие ограничения, приводящие к появлению точек недифференцируемости.

#### Список литературы

- [1] Achdou Y., Han J., Lasry J-M., Lions P-L., Moll B. Income and Wealth Distribution in Macroeconomics: A Continuous-Time Approach // Review of Economic Studies, 89, Society for Economic Dynamics, 2022
- [2] Parra-Alvarez J.C. Solution Methods and Inference in Continuous-Time Dynamic Equilibrium Economies // PhD Thesis, Aarhus University, 2015
- [3] Achdou Y., Lauriere M. Mean Field Games and Applications: Numerical Aspects // Mean Field Games (LNM, volume 2281), Cetraro, Italy 2019
- [4] Maliar L., Maliar S., Winant P. Deep Learning for Solving Dynamic Economic Models // Journal of Monetary Economics, Vol. 122., 2021,pp. 76–101

# Автомодельные режимы распространения лазерного излучения при генерации второй гармоники в среде с комбинированной нелинейностью

Лысак Татьяна Михайловна $^1$ , Песков Николай Владимирович, Лай Гансюань $^2$ 

Доклад посвящен аналитическому и численному исследованию автомодельных режимов распространения двуцветного лазерного излучения в квадратичной среде в условиях самовоздействия волн. Как известно, распространение лазерного излучения в среде с квадратичной и кубичной нелинейностью может быть описано в рамках двух связанных уравнений Шредингера относительно медленно меняющихся амплитуд волн основной и второй гармоник [1]. В каскадном пределе, то есть при большой расстройке волновых векторов взаимодействующих волн, эффективность генерации второй гармоники в квадратичнонелинейной среде незначительна, а распространение излучения в солитонном режиме характеризуется концентрацией большей части энергии излучения в основной волне. С хорошей точностью такой режим распространения может быть описан нелинейным уравнением Шредингера с кубичной нелиненостью. Ситуация существенно меняется при учете самовоздействия волн. В этом случае при определенном соотношении параметров возможно достижение эффективной генерации также и при большой расстройке волновых чисел [2].

 $<sup>^1</sup>$  Кафедра вычислительных методов; Университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, e-mail: lysak@cs.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Кафедра вычислительных методов, e-mail: peskovnick@gmail.com, laigx@smbu.edu.cn

В настоящем докладе мы показываем, что самовоздействие волн вдали от фазового синхронизма может приводить к реализации автомодельноого режима без преимущественной концентрации энергии в одной из волн. Исследование автомодельного режима проводилось на основе уравнений первого и второго приближений каскадного предела [3]. Получены условия существования солитонных решений рассматриваемой системы приближенных уравнений. Проведена верификация в компьютерном эксперименте построенных солитонных решений. Численное моделирование проводилось на основе консервативных разностных схем для систем исходных и приближенных уравнений. Получены выводы о применимости уравнений каскадного предела для описания автомодельного режима распространения двуцветного лазерного излучения.

### Список литературы

- [1] Frontiers in Ultrashort Pulse Generation: Pushing the Limits in Linear and Nonlinear Optics / G. Steinmeyer, D. H. Sutter, L. Gallmann, N. Matuschek, U. Keller // Science. 1999. V. 286 (5444). P. 1507-1512.
- [2] Лысак Т. М., Трофимов В. А. Генерация второй гармоники фемтосекундных импульсов в условиях ненулевой амплитуды волны на удвоенной частоте // Оптика и спектроскопия. 2002. Т. 93, № 5. С. 861–874.
- [3] Effective lensing effects in parametric frequency conversion / C. Conti, S. Trillo, P. Di. Trapani, J. Kilius, A. Bramati, S. Minardi, W. Chinaglia // J.Opt.Soc.Am.B. 2002. V. 19 (5444), № 4. P. 852-859.

# Математическое моделирование диагностики патологий кровообращения на примере детализированных моделей органов

Мухин Сергей Иванович, Буничева Анна Яковлевна, Брындина Анна Андреевна, Киселева Виолетта Сергеевна

Кафедра вычислительных методов, e-mail: vmmus@yandex.ru, bunicheva@cs.msu.ru, ann.bryndina@mail.ru, violettak111@mail.ru

Задачи моделирования гемодинамики человека нуждаются в детализированных моделях кровотока в отдельных органах. В рамках данной работы были построены принципиальные детализированные модели кровеносной сосудистой сети в печени и в почках с учетом топологии и качественных особенностей соответствующих систем сосудов, и чтобы при этом эффективно воспроизводились параметры общего кровотока (давления, потока, скорости течения крови).

Построение моделей осуществлялось в программном комплексе CVSS [1, 2, 3], как расширение базового графа сосудов большого круга кровообращения, что позволяет, сохраняя принятые ранее принципиальные картины течения

крови, детализировать кровоток в соответствующих областях большого круга. Данная возможность исключительно важна для исследования упомянутых органов при заболеваниях, ведущих к нарушению нормального кровотока.

Данный подход позволяет моделировать патологии кровотока и создавать базы данных виртуальных пациентов с патологиями и без. Тем самым появляется возможность использования методов машинного обучения для выявления моделированных патологий кровеносной системы рассматриваемых органов. Созданная база синтетических данных использовалась для диагностирования наличия заболеваний, выражающихся в нарушении кровотока в почках или печени с помощью нейросетей. Диагностика нарушений проводилась по параметрам течения в группе смежных сосудов соответствующих органов. Приведены результаты расчетов прямого моделирования и оценки виртуальной диагностики.

## Список литературы

- [1] М. В. Абакумов, И. В. Ашметков, Н. Б. Есикова, В. Б. Кошелев, С. И. Мухин, Н. В. Соснин, В. Ф. Тишкин, А. П. Фаворский, А. Б. Хруленко, Методика математического моделирования сердечно-сосудистой системы, Матем. моделирование, 2000, том 12, номер 2, 106–117.
- [2] М. В. Абакумов, К. В. Гаврилюк, Н. Б. Есикова, А. В. Лукшин, С. И. Мухин, Н. В. Соснин, В. Ф. Тишкин, А. П. Фаворский, Математическая модель гемодинамики сердечно-сосудистой системы, Дифференц. уравнения, 1997, том 33, номер 7, 892–898.
- [3] В.Б.Кошелев, С.И.Мухин, Н.В.Соснин, А.П.Фаворский, Математические модели квази-одномерной гемодинамики. С. 10–25.
- [4] Р. Шмидт, Г. Тевс. Физиология человека в 3-х томах. Том 3.
- [5] А.Вандер, Физиология почек.
- [6] Diana White1, Dennis Coombe2, Vahid Rezania, Jack Tuszynski "Building a 3D Virtual Liver: Methods for Simulating Blood Flow and Hepatic Clearance on 3D Structures".

# Моделирование течения крови с учётом изменения сосудистого профиля, вызванного образованием тромба

Мухин Сергей Иванович, Буничева Анна Яковлевна, Погосбекян Мария Михайловна

Кафедра вычислительных методов, e-mail: vmmus@cs.msu.ru, bunicheva@cs.msu.ru, pogosbekyanmm@my.msu.ru

Согласно данным ВОЗ, сердечно-сосудистые заболевания лидируют среди всех заболеваний, приводящих к смерти или инвалидности [1]. Среди них

значительную часть составляют тромбозы, приводящие к инсульту, инфаркту миокарда и другим серьезным осложнениям. В связи с этим, математические модели тромбообразования в сосуде и расчет соответствующих изменений течения крови, является востребованным и привлекает внимание большого количества исследователей.

В настоящей работе сформулирована задача о течении крови в сосуде с переменным сечением, сужающимся в процессе образования тромбов, предложена модель прилипания активных тромбоцитов к стенке сосуда. Разработаны алгоритм моделирования сужения сосуда и построение адаптивной сетки, меняющейся на каждом временном интервале. Создана программная реализация адаптивной сетки применительно к поставленной рассматриваемой задаче в двумерном приближении. Проведены вычислительные эксперименты для различных типов начальных профилей сосуда, получены эволюции профиля сосуда во времени, уменьшающегося за счет нарастания тромба.

Сравнительный анализ полученных результатов показал, что в процессе нарастания тромбов с наветренной стороны стенок сосуда волнообразный и пилообразный начальные профили выполаживаются со временем. Для всех вариантов начальных профилей количество узлов расчетной области со временем уменьшается практически в 2 раза за счет сужения сосуда, что приводит к существенному ускорению расчета программы на каждом временном шаге.

### Список литературы

[1] https://www.who.int/ru/news-room/fact-sheets/detail/cardiovascular-diseases-(cvds)

# **М**ОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ В КАТАЛИТИЧЕСКИХ РЕАКЦИЯХ ОКИСЛЕНИЯ В ПРОТОЧНОМ РЕАКТОРЕ

# Песков Николай Владимирович $^1$ , Слинько Марина Михайловна $^2$ , Лысак Татьяна Михайловна $^3$

<sup>1</sup> Кафедра вычислительных методов, e-mail: peskovnick@gmail.com

Автоколебания скорости реакции окисления моноксида углерода, метана, пропана на металлических катализаторах обусловлены периодическим окислением-восстановлением поверхности катализатора. В экспериментальном исследовании реакционная смесь продувается при атмосферном давлении через реактор, в котором располагается катализатор в виде металлической пластинки. В ходе реакции наблюдается периодическое изменение цвета поверхности пластинки, соответствующее переходам металла из восстановленного состояния (светлый) в окисленное состояние (темный) и обратно. Изменение цвета происходит в виде бегущих по поверхности тёмных и светлых "волн" [1-2].

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Федеральный Исследовательский Центр Химической Физики РАН им. Н. Н. Семенова, e-mail: slinko@polymer.chph.ras.ru

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Кафедра вычислительных методов; Университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, e-mail: lysak@cs.msu.ru

102 Широков И. А.

Для описания наблюдаемых явлений была предложена распределённая модель типа адвекция-диффузия-реакция [3]. Система уравнений содержит уравнения переноса реагентов в потоке газа и кинетические уравнения реакции на поверхности катализатора. Кинетические уравнения моделируют общие для разных каталитических реакций стадии окисления-восстановления катализатора. Уравнения распределенной модели решались численно методом конечных разностей.

Численный анализ системы уравнений выявил область значений параметров модели, в которой решение системы качественно воспроизводит наблюдаемые волнообразные изменения цвета катализатора и колебания концентраций реагентов на выходе реактора. Показано, что волновые явления изменения цвета катализатора обусловлены неоднородным распределением по длине реактора концентраций реагентов в потоке газа, которое образуется в ходе реакции.

#### Список литературы

- [1] New oscillating system: CO oxidation over Ni / V. Yu. Bychkov, Yu. P. Tulenin, M. M. Slinko, Yu. A. Gordienko, V. N. Korchak // Catal. Lett. 2018. V. 148. P. 653-659.
- [2] Self-oscillations and surface waves during CO oxidation over Co / V. Yu. Bychkov, Yu. P. Tulenin, M. M. Slinko, A. Ya. Gorenberg, D. P. Shashkin, V. N. Korchak // Reaction Kinetics, Mechanisms and Catalysis. 2019. V. 128. P. 587-598.
- [3] Peskov N. V, Slinko M. M. Mathematical Modelling of a Self-oscillating Catalytic Reaction in a Flow Reactor // Kinetics and Catalysis. 2024. V. 65, № 2. P. 211–218.

# Влияние второй вязкости в задаче моделирования сверхзвукового обтекания наклонной пластины

Широков Иван Анатольевич

Кафедра вычислительных методов, e-mail: ivanshirokov@inbox.ru

Распространенным методом моделирования газодинамических течений является численное решение системы макроскопических уравнений (системы Навье-Стокса). Во многих случаях такой подход позволяет получить достаточно адекватные, то есть хорошо согласующиеся с данными экспериментов, результаты. Коэффициент второй (объемной) вязкости при этом часто полагается равным нулю. Однако во многих задачах влияние второй вязкости достаточно существенно. Можно привести соображения, что влияние второй вязкости следует принимать во внимание при исследовании высокоскоростных

Широков И. А.

и разреженных потоков газа, а также при наличии значительных градиентов параметров и переходных процессов [1].

В данной работе приводятся результаты моделирования на основе макроскопических уравнений обтекания наклонной пластины сверхзвуковым потоком разреженного газа. Используются различные модели второй вязкости. Проводится сравнение результатов с данными метода прямого моделирования Монте-Карло и экспериментов [2].

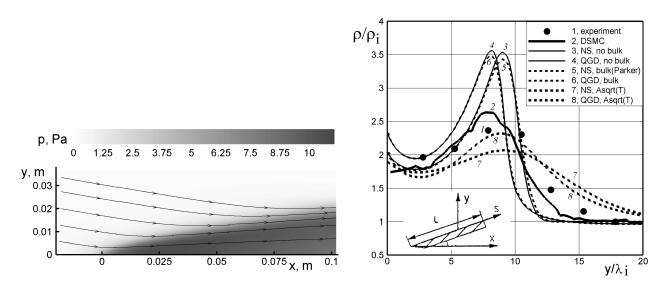


Рис. 1: Распределение давления около пластины, обтекаемой сверхзвуковым (Ma=20) потоком под углом  $10^0$  (слева), профили плотности перпендикулярно потоку при  $x=32\lambda_i$  (справа)

Показано, что учет второй вязкости при использовании различных значений коэффициента второй вязкости может существенно влиять на полученные в расчетах профили давления и плотности. При сравнении результатов моделирования с данными, полученными на основе метода прямого моделирования Монте-Карло и данными экспериментов видно, что учет второй вязкости при численном решении макроскопических позволяет получить более точные разультаты. Использование квазигазодинамической системы уравнений [3] в совокупности с моделью второй вязкости на основе модели шероховатых сфер позволяет получить достаточно хорошее соответствие данным экспериментов.

Автор благодарен Т. Г. Елизаровой и Д. С. Янышеву за обсуждение представленной тематики. Приведенные в работе данные экспериментов и результаты моделирования методом Монте-Карло взяты из [2], результаты расчетов на основе системы Навье—Стокса получены Д. С. Янышевым, результаты на основе квазигазодинамической системы получены автором.

## Список литературы

[1] Nerushev O. A., Novopashin S. A. Rotational relaxation and transition to turbulence // Physics Letters A. 1997. 232, 243–245

104 Шобухов А.В.

[2] Lengrand J. C., Allegre J., Chpoun A., Raffin M. Rarefied hypersonic flow over a sharp flat plate: numerical and experimental results // Progress in astronautics and aeronautics. 1994. 160. P. 276–276.

[3] Елизарова Т. Г. Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. М: Научный мир, 2007. 349 с.

# Математическая модель электролитической диссоциации

## Шобухов Андрей Вадимович

Кафедра вычислительных методов, e-mail: shobukhov@cs.msu.ru

Математическое моделирование электролитических течений проводилось достаточно давно. Исследователей интересовали физические и химические явления, возникающие в электрохимических источниках тока, при электролизе металлов и при опреснении воды. Отдельным важным направлением стало моделирование топливных элементов.

Быстрое развитие производственных процессов в областях миллимикронного размера в последние пятнадцать лет привело к разработке математических моделей течения электролита в тонком канале. Приложения в этой области (медицинские насосы и миксеры для гемодиализа, сепараторы белков) решают задачи точного управления потоками ионов. Математическое моделирование это важный инструмент разработки таких устройств [1-5].

Моделирование динамики электролита в приближении сплошной среды основывается на системе уравнений Пуассона-Нернста-Планка. Она может быть дополнена системой уравнений Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости [6]. Для адекватного описания электрохимических процессов в модель также необходимо включить слагаемые, описывающие диссоциацию молекул и ассоциацию ионов в соответствии с законом действующих масс, как это сделано, например, в [7].

При отсутствии интенсивного перемешивания диссоциация электролита, внесённого в растворитель, происходит не мгновенно и не одновременно во всём объёме, а с конечной скоростью и сопровождается диффузией электролита. Так как характерное время диссоциации и ассоциации намного меньше, чем характерное время диффузии, то концентрации молекул и ионов в растворе быстро достигают состояния химического равновесия; но наличие диффузии может привести к неустойчивости этого состояния.

В настоящей работе изучается математическая модель электролитической диссоциации для симметричного бинарного электролита, имеющая вид краевой задачи для вырожденной системы уравнений типа "реакция-диффузия". Вырожденность проистекает из наличия в модели всего двух химических процессов (диссоциации и ассоциации) при трёх неизвестных концентрациях. Она

Шобухов А. В.

проявляется в зависимости единственного равновесного стационарного состояния от начальной концентрации реагентов. В работе доказано, что несмотря на устойчивость при отсутствии диффузии, это состояние может становиться неустойчивым в результате бифуркации Тьюринга. При этом наблюдается формирование пространственных структур; проведённые расчёты показывают устойчивость возникающего распределения концентраций. Тем самым показано, что при моделировании течений электролита необходимо учитывать как их нестационарность, так и возможную пространственную неоднородность, которая может оказать огромное влияние на скорость протекания химических реакций.

Автор выражает благодарность Г. А. Цирлиной и И. Рубинштейну за много-кратное обсуждение темы данного сообщения.

## Список литературы

- [1] Posner J. D., Santiago J. G. Convective instability of electrokinetic flows in a cross-shaped microchannel // J. of Fluid Mechanics. 2006. V. 555. P. 1-42.
- [2] Ronen R., Gat A., Bazant M., Suss M. Single-flow multiphase flow battaries: Theory // Electrochimica Acta. 2021. V. 389. P.138554(10).
- [3] Bercovici M., Lele S. K., Santiago J. G. Open source simulation tool for electrophoretic stacking, focusing and separation // J. of Chromatography A. 2009. V. 1216. P. 1008-1018.
- [4] Khaldi A. A., Nehari D., Aichouni M., Eren S. S. Numerical investigations of AC electrokinetic forces to enhance the rate of transport of reactants in a microchannel // Mechanika. 2013. V. 19, N. 4. P. 437-444.
- [5] Kumar P., Rubinstein S., Rubinstein I., Zaltzman B. Mechanisms of hydrodynamic instability in concentration polarization // Physical Review Research. 2020. V. 2. P. 033365(12).
- [6] Дамаскин Б. Б., Петрий О. А., Цирлина Г. А. Электрохимия. М.: Химия, КолосС, 2006. 672 с.
- [7] Leaist D. G., Lyons P. A. Multicomponent Diffusion of Electrolytes with Incomplete Dissociation. Diffusion in a Buffer Solution // J. of Physical Chemistry. 1981. V. 85, N. 12. P. 1756-1762.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ХЕШИРУЮЩИХ ПОИСКОВЫХ СТРУКТУР ДАННЫХ ДЛЯ ТАБЛИЦЫ КЛАССИФИКАЦИИ MAC\_VLAN СЕТЕВОГО ПРОЦЕССОРНОГО УСТРОЙСТВА

Александров Алексей Владимирович, Волканов Дмитрий Юрьевич Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: alexandrov.alexeyv@yandex.ru, volkanov@asvk.cs.msu.ru

В данной работе рассматриваются процесс классификации сетевых пакетов, как один из самых ресурсоемких этапов его обработки [1, 2]. В сетевом процессорном устройстве таблица классификации (ТК) состоит из правил, которые описывают алгоритм дальнейшей обработки пакета. ТК могут быть представлены методами хеширования данных, быстрым способом доступа к информации, работающим за  $\underline{O}(1)$ . Одной из проблем хеширования является высокий объем зарезеервированной памяти для борьбы с коллизиями. Применение различных методов хеширования данных призвано уменьшить накладные расходы на память, сохраняя скорость работы и отказоустойчивость.

**Постановка задачи.** Метод представления таблицы классификации с помощью хеширования данных  $\mathcal{H}$  обладает тремя процедурами: поиском правила по таблице  $\mathbf{S}$ , вставкой нового правила  $\mathbf{I}$  и удалением существующего  $\mathbf{D}$ .

Метод задается параметром r — количеством правил в таблице классификации. Также метод обладает свойствами  $M_{\mathbf{S}}^{\mathcal{H}}, M_{\mathbf{I}}^{\mathcal{H}}, M_{\mathbf{D}}^{\mathcal{H}}, H_{\mathbf{S}}^{\mathcal{H}}, H_{\mathbf{I}}^{\mathcal{H}}, H_{\mathbf{D}}^{\mathcal{H}}$  — максимальные количества обращений к памяти и вычислений хеша процедур, и  $C^{\mathcal{H}} \geqslant r$  — количество использованных ячеек данных.

Задача состоит в разработке методов представления, для которых при  $\frac{r}{C^{\mathcal{H}}} \leqslant \rho$  удовлетворяется следующее неравенство:

$$(M_{\mathbf{S}}^{\mathcal{H}}, M_{\mathbf{I}}^{\mathcal{H}}, M_{\mathbf{D}}^{\mathcal{H}}, H_{\mathbf{S}}^{\mathcal{H}}, H_{\mathbf{I}}^{\mathcal{H}}, H_{\mathbf{D}}^{\mathcal{H}}) \leq (M_{\mathbf{S}}, M_{\mathbf{I}}, M_{\mathbf{D}}, H_{\mathbf{S}}, H_{\mathbf{I}}, H_{\mathbf{D}}), \tag{1}$$

где  $\rho \in \mathbb{R}^{[0,1]}$  — максимальная требуемая плотность данных,  $\cdot \unlhd \cdot$  — операция поэлементного сравнения векторов, а значения  $M_{\mathbf{S}}, M_{\mathbf{I}}, M_{\mathbf{D}}, H_{\mathbf{S}}, H_{\mathbf{I}}, H_{\mathbf{D}}$  зависят от r.

**Композиции методов хеширования.** В ходе работы были рассмотрены различные методы хеширования, которые по отдельности не позволяют повысить плотность данных в ТК до требуемых значений. Поэтому было решено разработать методы, представляющие их композиции.

В рамках работы были реализованы следующие методы: модификация Универсального хеширования Кукушкиным хешированием, модификация Линейного зондирования Универсальным хешированием и легковесная модификация Отелло хеширования.

Экспериментальное исследование для таблиц MAC\_VLAN показало, что разработанные методы обладают достаточными свойствами эффективности по

времени, расходам на память, и отказоустойчивости. Также, различные методы могут быть эффективно применены к сетям с различными требованиями. Так, например, композиция Универсального и Кукушечного хеширования подходит для сильно загруженных узлов глобальной сети, обеспечивая высокую скорость обработки ценой высокого потребления вычислительных ресурсов. В то же время, композиция Универсального хеширования и Линейного зондирования базово имеет низкие требования и подходит для локальных узлов. Кроме того, индивидуальные параметры методов позволяют точечно конфигурировать их под актуальные нужды сети.

## Список литературы

- [1] Kornaros G., Multi-core embedded systems, Boca Raton, FL: CRC Press, 2010 502 p.
- [2] Беззубцев С. О. и др. Об одном подходе к построению сетевого процессорного устройства // Моделирование и анализ информационных систем. 2019. Т. 26. №. 1. С. 39-62.
- [3] Ahmadi M., Wong S. Hashing functions performance in packet classification // Proceedings of the International Conference on the Latest Advances in Networks (ICLAN'07). 2007. C. 127-132.
- [4] Ramakrishna M., Fu E., Bahcekapili E. A performance study of hashing functions for hardware applications // Proc. of Int. Conf. on Computing and Information. 1994. C. 1621-1636.

# Интерпретатор частично рекурсивных функций

# Астраханцев Дмитрий Андреевич, Волканов Дмитрий Юрьевич<sup>1</sup>, Курячий Георгий Владимирович<sup>2</sup>

В 1936 году Алан Тьюринг предложил модель абстрактного вычислителя для формализации понятия алгоритм. Позднее был предложен тезис Черча [1, 2], из которого следовала эквивалентность классов вычислимых функций (функций, для которых существует единый алгоритм вычисления их значения) и рекурсивных функций (множество функций, получаемых из 3-х примитивно рекурсивных функций и операций суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации) [2, 3].

В ходе данной работы был сделан вывод о том, что на данный момент не существует языка, который бы удовлетворял следующим требованиям:

- 1. Был основан на примитивно рекурсивных функциях и операциях над ними и только на них.
- 2. Поддерживался бы современными операционными системами.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: dmitry.astrakhantsev@gmail.com, volkanov@lvk.cs.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Ведущий разработчик «Базальт СПО», e-mail: FrBrGeorge@gmail.com

3. Имел открытый исходный код и свободную лицензию.

Целью данной работы ставится разработка именно такого языка программирования и его интерпретатора.

Данная задача включает в себя построение грамматики такого языка, разработку интерпретатора, который был бы пригоден для выполнения простых учебных задач, создание графического пользовательского интерфейса и других средств для работы с данным языком.

В ходе данной работы было проведено исследование различных вариантов грамматик, определяющих описанный язык, и разработан прототип интерпретатора.

### Список литературы

- [1] Корухова Л. С., Шура-Бура М. Р. Введение в алгоритмы. Учебное пособие для студентов I курса. 2-е исправленное издание. М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ; МАКС Пресс, 2010. 26 с.
- [2] Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. 2-е изд. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 368 с.
- [3] Петер Р. Рекурсивные функции // Под ред. и с пред. Колмогорова А. Н. М.: Издательство иностранной литературы, 1954. 264 с.

# РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ ПО НЕОДНОРОДНЫМ ПРОЦЕССОРАМ ПОСРЕДСТВОМ РАЗБИЕНИЯ ГРАФА РАБОТ

# Басалов Ярослав Александрович, Балашов Василий Викторович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: BasalovYA@my.msu.ru, hbd@cs.msu.ru

При разработке алгоритмов построения многопроцессорных статических расписаний актуальна задача распределения работ по процессорам. Рабочая нагрузка на вычислительную систему (ВС) задается в виде ориентированного ациклического графа, в котором вершина соответствует работе, ребро — ограничению следования работ и передаче данных между ними. Задача сводится к задаче разбиения графа работ на подграфы, количество которых равно количеству процессоров в ВС.

Если процессоры в ВС являются неоднородными, то длительность работы зависит от того, на каком процессоре она выполняется. Для минимизации длительности расписания целесообразно строить такое распределение работ по процессорам, что максимальная по всем процессорам суммарная длительность работ на процессоре — минимальна.

Будем использовать "пропорциональную" модель производительности ВС, при которой длительность выполнения работы на процессоре равна базовой

Волканов Д. Ю.

сложности работы, поделенной на константу, характеризующую производительность процессора. Базовая сложность работы является весом вершины в графе работ.

В докладе рассматривается задача разбиения графа работ на подграфы с минимизацией указанного выше критерия. Дополнительным ограничением является ограничение сверху на долю секущих ребер, т.е. тех ребер графа работ, начальная и конечная вершины которых относятся к разным подграфам. Это ограничение позволяет снизить нагрузку на межпроцессорную сеть передачи данных. В результате проведенного обзора, готовых алгоритмов решения такой задачи не найдено, несмотря на то, что задача разбиения графа работ для ВС с однородными процессорами известна давно и решается, например, алгоритмами из библиотеки МЕТІЅ [1].

Для решения задачи авторами предложен генетический алгоритм, основанный на существующем алгоритме [2], решающем задачу без дополнительного ограничения. В рамках экспериментального исследования этот алгоритм сравнивается по качеству получаемых решений с ранее разработанным жадным алгоритмом.

#### Список литературы

- [1] Karypis G. METIS and ParMETIS // Encyclopedia of Parallel Computing. 2011. P. 1117—1124.
- [2] Li M., Gui H., Zhou C., Xu S. GAP: Genetic Algorithm Based Large-Scale Graph Partition in Heterogeneous Cluster // IEEE Access. 2020. Vol. 8. P. 144197–144204.

### Ключевые особенности современных сетевых процессорных устройств

#### Волканов Дмитрий Юрьевич

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: volkanov@asvk.cs.msu.ru

Сетевое процессорное устройство (СПУ) — это программируемый процессор, архитектура которого оптимизирована для работы в сетевых устройствах и обеспечения устойчивого режима обработки пакетов [1]. Основными задачами СПУ являются выделение заголовков пакетов, классификация их согласно таблицам классификации и модификация заголовков. Эти задачи по разному решаются в существующих СПУ.

В данной работе рассматривается современные СПУ, такие как Mellanox SwitchX-2, Huawei ENP, Mellanox NP-5, Nokia FP4 [2]. Рассмотрены следующие ключевые особенности архитектур СПУ:

- программирумость СПУ;
- способы обработки заголовков пакетов;

- структура конвейера обработки пакетов;
- характеристики процессоров, обрабатывающих пакеты;
- структура блока управления трафиком;
- тип памяти для хранения таблиц классификации;
- организация таблиц классификации используемые структуры данных;
- организация расположения блоков памяти для тел пакетов и таблиц классификации;
- организация повторной обработки пакетов;
- организация механизмов качества обслуживания.

Выявленные ключевые особенности и ограничения необходимо учитывать при разработке отечественного СПУ.

#### Список литературы

- [1] Orphanoudakis T., Perissakis S. Embedded Multi-Core Processing for Networking //Multi-Core Embedded Systems 2010. CRC Press p. 399-463.
- [2] Беззубцев С.О., Васин В.В., Волканов Д.Ю., Жайлауова Ш.Р., Мирошник В.А., Скобцова Ю.А., Смелянский Р.Л. Об одном подходе к построению сетевого процессорного устройства //Моделирование и анализ информационных систем. − 2019. − Т. 26. − №. 1. − с. 39-62.

# ДВУХКРИТЕРИАЛЬНАЯ ЗАДАЧА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОГРАММЫ ОБРАБОТКИ СЕТЕВЫХ ПАКЕТОВ НА СТАДИИ КОНВЕЙЕРА СЕТЕВОГО ПРОЦЕССОРНОГО УСТРОЙСТВА

#### Волканов Дмитрий Юрьевич, Никифоров Никита Игоревич

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: volkanov@asvk.cs.msu.ru, rav263@asvk.cs.msu.ru

Сетевое процессорное устройство (СПУ) — это программируемый процессор, архитектура которого оптимизирована для работы в сетевых устройствах и обеспечения устойчивого режима обработки пакетов [1]. Основные задачи СПУ — это выделение заголовков пакетов, классификация их согласно таблицам классификации и модификация заголовков. Для решения этих задач обычно используется конвейерная архитектура сетевого процессора [2].

В данной работе рассматривается следующая задача. Дан конвейер, который состоит из входной очереди, N вычислительных устройств, FIFO очереди заголовков сетевых пакетов между каждыми двумя последовательными вычислительными устройствами и выходной очереди. Также дана программа

на языке ассемблера RISC-V, представляющая собой упорядоченный список инструкций ассемблера.

Вычислительное устройство состоит из вычислительного ядра архитектуры RISC-V и памяти, где хранится программа. Также каждое вычислительное устройство имеет доступ к общей памяти, где хранятся таблицы классификации. Вычислительное устройство должно исполнять заданную часть программы не менее чем  $T_{min}$  тактов, и не более чем  $T_{max}$  тактов.

Ограничения рассматриваемые в задаче: размер каждой очередей FIFO заголовков пакетов между вычислительными блоками не должен превыщать  $FS_{max}$ , программа обработки заголовков сетевых пакетов не имеет циклов, память используемая на вычислительных блоках не должна превышать  $M_{max}$ , а также общее время выполнения программы не должно превышать  $N*T_{max}$  и не должно быть меньше чем  $N*T_{min}$ .

Необходимо разработать метод разбиения программы на языке ассемблера RISC-V на подпрограммы, каждая из которых выполняется своим вычислительным блоком с соблюдением всех ограничений, минимизацией объёма памяти занимаемого на вычислительных блоках и времени выполнения программы на вычислительных блоках конвейера сетевого процессора.

Текущая реализация подразумевает либо полное дублирование программы обработки заголовков сетевых пакетов на вычислительне устройства, либо разбиение на равные подпрограммы с некоторым перекрытием.

Оптимизация должна проводиться одновременно по двум критериям, поэтому рассматривается Парето-фронт для поиска оптимального решения. Схожие задачи рассматривались в литературе, например в работах [3, 4, 5]. Но в них не решалась задача распределения программы на конвейер вычислительных блоков, где каждый вычислительный блок представляет собой независимое вычислительное устройство, на котором может выполняется не одна инструкция ассемблера (или часть инструкции), а подпрограмма обработки заголовков сетевых пакетов.

- [1] Orphanoudakis T., Perissakis S. Embedded Multi-Core Processing for Networking //Multi-Core Embedded Systems 2010. CRC Press p. 399-463.
- [2] Беззубцев С.О., Васин В.В., Волканов Д.Ю., Жайлауова Ш.Р., Мирошник В.А., Скобцова Ю.А., Смелянский Р.Л. Об одном подходе к построению сетевого процессорного устройства // Моделирование и анализ информационных систем. − 2019. − Т. 26. − №. 1. − с. 39-62.
- [3] Beaty S. J. Instruction scheduling using genetic algorithms: PhD. Colorado State University, 1991.
- [4] Loehr, D., Walker, D. Safe, modular packet pipeline programming. Proceedings of the ACM on Programming Languages 6.POPL (2022): 1-28.

[5] Ertl, M. A., Krall, A. Instruction scheduling for complex pipelines. In Compiler Construction: 4th International Conference, CC'92 Paderborn, FRG, October 5–7, 1992 Proceedings 4 (pp. 207-218). Springer Berlin Heidelberg.

## МЕТОДЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПОВТОРНОЙ ОБРАБОТКИ ПАКЕТОВ В КОНВЕЙЕРЕ СЕТЕВОГО ПРОЦЕССОРНОГО УСТРОЙСТВ

Волканов Дмитрий Юрьевич, Стамплевский Дмитрий Максимович Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: volkanov@lvk.cs.msu.ru,

Сетевое процессорное устройство (СПУ) — это программируемый процессор, архитектура которого оптимизирована для работы в сетевых устройствах и обеспечения устойчивого режима обработки пакетов [1]. Его основные задачи — выделение заголовков пакетов, осуществление классификации и обработка заголовков. Классификация происходит на конвейерах, состоящих из специальных вычислительных ячеек.

Существуют заголовки, обработка которых занимает длительное время. В это время конвейер не может обрабатывать новые пакеты, в результате чего они теряют актуальность. Одно из решений данной проблемы — технология возвратной очереди. Она подразумевает возврат пакета в начало одного из конвейеров для дальнейшей обработки.

В работе предложен подход к огранизации возвратной очереди, а также проведен обзор существующих алгоритмов выбора конвейера, на который отправится повторно обрабатываемый пакет.

Механизм возвратной очереди был реализован в имитационной модели СПУ RuNPU. В имитационную модель добавлены реализации выбранных на основании обзора алгоритмов с возможностью переключеня используемого алгоритма. Были проведены эксперименты с изменением доли повторно обрабатываемых пакетов, а также с неравномерным распределением пакетов между конвейерами. Был выбран лучший среди алгоритмов выбора конвейера — Central Manager [2]. Он подразумевает отслеживание уровня загрузки всех конвейеров и поиск среди них наименее загруженного.

#### Список литературы

stamplevskiyd@gmail.com

- [1] Kornaros G., Multi-core embedded systems, Boca Raton, FL: CRC Press, 2010 502 p.
- [2] Sharma S., Singh S., Sharma M. Performance analysis of load balancing algorithms //International Journal of Civil and Environmental Engineering. 2008. T. 2. №. 2. p. 367-370.

#### МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЗАГРУЗКОЙ ОЧЕРЕДЕЙ МАРШРУТИЗАТОРА

#### Гарькавый Иван Сергеевич, Степанов Евгений Павлович

Кафедра автоматизации вычислительных комплексов, e-mail: garx@asvk.cs.msu.ru, estepanov@lvk.cs.msu.ru

В сетях нового поколения, таких как Network Powered by Computing, проблема минимизации задержки передачи данных является одной из ключевых из-за повышений требований приложений [1]. Одним из подходов к минимизации задержки является обеспечение сбалансированной загрузки очередей на портах сетевых маршрутизаторов. Этого можно достичь при помощи балансировки пакетов одного и того же потока по разным выходным портам маршрутизатора. Задача такой балансировки пакетов по очередям также востребована в магистральных сетях, сетях SD—WAN.

В докладе представлена математическая модель функционирования маршрутизатора. Для каждого поступающего в маршрутизатор пакета задано множество допустимых выходных портов для его передачи. Функция управления отображает количество поступивших пакетов на матрицу распределения пакетов по выходным портам. Длина очереди в каждый момент времени определяется при помощи нелинейных разностных уравнений.

В рамках представленной модели поставлена задача оптимального управления загрузкой очередей. Требуется найти функцию управления, минимизирующую вариацию длин очередей на разных выходных портах на рассматриваемом временном интервале. То есть, поступающие в маршрутизатор пакеты должны распределяться по выходным портам маршрутизатора, равномерно заполняя очереди выходных портов. Чтобы предотвратить частое переупорядочивание пакетов на стороне получателя, в задаче рассматривается балансировка флоулетов [2, 3, 4, 5, 6, 7].

Разработан метод решения поставленной задачи при помощи обучения с подкреплением. Метод учитывает заполненность очередей, рассчитываемую в каждый момент времени при помощи представленной модели работы маршрутизатора. Проведено сравнение разработанного метода с эвристическими методами балансировки флоулетов в маршрутизаторе по критериям задержки передачи данных через маршрутизатор и вариации загрузки очередей.

- [1] Smeliansky R. L. Network powered by computing // 2022 International Scientific and Technical Conference on Modern Computer Network Technologies (MoNeTeC). Moscow: IEEE, 2022. P. 1–5.
- [2] Benet C. H., Kassler A. J. FlowDyn: Towards a Dynamic Flowlet Gap Detection using Programmable Data Planes // Proceedings of the 8th International

- Conference on Cloud Networking (CloudNet). Coimbra, Portugal: IEEE, 2019. P. 1–7.
- [3] CONGA: distributed congestion-aware load balancing for datacenters / M. Alizadeh, T. Edsall, S. Dharmapurikar, R. Vaidyanathan, K. Chu, A. Fingerhut, V. T. Lam, F. Matus, R. Pan, N. Yadav, G. Varghese // Proceedings of the 2014 ACM conference on SIGCOMM. Chicago, Illinois, USA: ACM, 2014. P. 503–514.
- [4] Clove: Congestion-Aware Load Balancing at the Virtual Edge / N. Katta, A. Ghag, M. Hira, I. Keslassy, A. Bergman, C. Kim, J. Rexford // Proceedings of the 13th International Conference on emerging Networking EXperiments and Technologies. Incheon, Republic of Korea: ACM, 2017. P. 323–335.
- [5] HULA: Scalable Load Balancing Using Programmable Data Planes / N. Katta, M. Hira, C. Kim, A. Sivaraman, J. Rexford // Proceedings of the Symposium on SDN Research. Santa Clara, CA, USA: ACM, 2016. P. 1–12.
- [6] Sinha S., Kandula S., Katabi D. Harnessing TCP's Burstiness with Flowlet Switching // Proceedings of the 3rd ACM Workshop on Hot Topics in Networks (Hotnets-III). Portland, Oregon, USA: Citeseer, 2004.
- [7] Let it Flow: Resilient Asymmetric Load Balancing with Flowlet Switching / Vanini E., Pan R., Alizadeh M., Taheri P., Edsall T. // Proceedings of the 14th USENIX Symposium on Networked Systems Design and Implementation. Boston, MA, USA: NSDI, 2017. P. 407–420.

#### ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КАЧЕСТВА СЕРВИСА НЕОДНОРОДНОГО КАНАЛА В СЕТЯХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

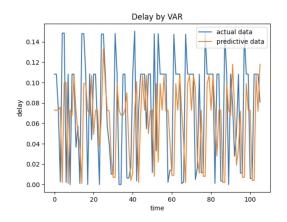
Го Фэнжуй, Смелянский Руслан Леонидович $^1$ , Королев Виктор Юрьевич, Тижин Никита Романович, Карпов Кирилл Михайлович $^2$ 

Одним из важнейших показателей эффективности сетей передачи данных (СПД) является качество сервиса (далее QoS — Qulity of Survice). Этот показатель принято рассматривать как набор из следующих компонентов: пропускная способность (bandwidth), задержку, джиттер и коэффициент потери пакетов [1]. Здесь мы рассмотрим проблему прогнозирования QoS для неоднородных каналов в СПД. Неоднородный канал - это канал передачи данных, состоящий из линий разной физической природы: кабельных, оптических и радиоканалов [2]. Сегодня передача данных являются одной из важнейших технологий, поэтому прогнозирование параметров QoS неоднородных каналов является актуальной задачей.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: guofengrui@lvk.cs.msu.ru, smel@cs.msu.su

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Кафедра математической статистики, e-mail: bruce27@yandex.ru, nikita\_tizhin@mail.ru, kiri3375@gmail.com

Для решения проблемы прогнозирования QoS существующие подходы делятся на методы линейного прогнозирования и методы нелинейного прогнозирования [3]. Методы линейного прогнозирования, такие как авторегрессионная модель, основаны на математической статистике и рассматривают QoS как один или несколько временных рядов, для которых строится модель с целью прогнозирования. Нелинейные методы включают в себя модели прогнозирования, такие как вейвлет-анализ и нейронные сети [4]. Однако алгоритмы обеих направлений имеют свои преимущества и недостатки [5].



0.14 - 0.12 - 0.10 - 0.06 - 0.04 - 0.02 - 0.00 - 0.

delay by AR

Рис. 1: Прогнозные результаты по VAR

Рис. 2: Прогнозные результаты по AR

В докладе рассматривается проблема выбора методов для прогнозирования качества неоднородного канала связи. Эта проблема решается сравнением метода авторегрессии и векторной авторегрессии. Показано, что метод векторной авторегрессии позволяет получить более точную оценку значений показателей QoS канала при покомпонентном прогнозировании характеристик каналов. При этом точность подразумевается как суммарная погрешность прогноза, так и в смысле медианы погрешностей пошагового прогнозирования. Оптимальным порядком авторегрессии и векторной авторегрессии равен единице. Результаты, показывающие преимущества векторной авторегрессии приведены в докладе на графиках.

В будущем будет рассмотрен вопрос об улучшении точности результатов прогнозирования QoS с помощью линейных прогностических моделей.

Работа выполнена при поддержке программы развития МГУ, проект №23-Ш03-03.

#### Список литературы

[1] Newton, P.C., Arockiam, L. A novel prediction technique to improve quality of service (QoS) for heterogeneous data traffic. J Intell Manuf 22, 867–872 (2011). https://doi.org/10.1007/s10845-009-0361-z

- [2] P. Paysarvi-Hoseini and N. C. Beaulieu, "On the Benefits of Multichannel/Wideband Spectrum Sensing with Non-Uniform Channel Sensing Durations for Cognitive Radio Networks,"in IEEE Transactions on Communications, vol. 60, no. 9, pp. 2434-2443, September 2012, doi: 10.1109/TCOMM.2012.062512.100568.
- [3] G. Mao, "Real-time Network Traffic Prediction Based on a Multiscale Decomposition," in Proceedings of the 4th International Conference on Networking Volume Part I, ser. ICN'05. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2005, pp. 492–499. [Online]. Available: http://dx.doi. org/10.1007/978-3-540-31956-6 58.
- [4] S. Izadi, M. Ahmadi, and A. Rajabzadeh, Network traffic classification using deep learning networks and Bayesian data fusion, J. Netw. Syst. Manag. 30 (2022), no. 2, 25.
- [5] L. Lian "Network traffic prediction model based on linear and nonlinear model combination" ETRI Journal, 2023 Wiley Online Library.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СЕТЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ НА ОТКАЗОУСТОЙЧИВОСТЬ БЛОКЧЕЙН-СЕТИ В ПРИМЕНЕНИИ К УПРАВЛЕНИЮ ПКС

Гончаров Илья Викторович, Писковский Виктор Олегович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: s02210358@gse.cs.msu.ru, vpiskovski@lvk.cs.msu.ru

В докладе рассматривается задача исследования работы блокчейн-сети, в зависимости от характеристик её сетевого соединения. Задача рассматривается в рамках применения технологии блокчейн для хранения данных ПКС приложений контроллера RUNOS [1]. Блокчейн-сеть представляет собой набор связанных в одноранговую сеть узлов, на каждом из которых хранится копия блокчейн базы данных.

В качестве рассматриваемых характеристик сетевого соединения были выбраны: задержка сети, пропускная способность сети, вариация задержки, потеря пакетов в сети. Необходимо выявить влияние указанных параметров на время чтения и записи блока в блокчейн.

В рамках задачи используется приложение контроллера RUNOS — L2 Learning Switch [2]. Данные этого приложения хранятся в блокчейне на базе Cosmos SDK [3] — библиотеки для разработки блокчейнов. Сетевое взаимодействие, обмен транзакциями и безопасность осуществляются с помощью платформы на основе алгоритма консенсуса Tendermint Core [4].

Проведены две серии экспериментов на описанном стенде. В первой серии фиксировались три из четырех указанных характеристик сетевого соединения

и изучалась однопараметрическая зависимость времени чтения и записи блока в блокчейн от оставшегося переменного параметра. По результатам первой серии экспериментов выявлен параметр сетевого соединения P, оказывающий наибольшее влияние на время чтения и записи в блокчейн. Во второй серии в качестве двух переменных характеристик выбирался параметр P и еще один из трех параметров, оставшиеся два — фиксировались. В этой серии изучалась двупараметрическая зависимость времени чтения и записи блока в блокчейн от указанных переменных параметров.

Обе серии экспериментов проводились для каждой из описанных характеристик сетевого соединения в качестве переменного параметра. В докладе представлены графики, иллюстрирующие полученные результаты, и проведен их анализ.

#### Список литературы

- [1] Официальный сайт проекта RUNOS: https://runsdn.com/index.php/products/runos (дата обращения: 28.02.2024)
- [2] Документация L2 Learning Switch: https://arccn.github.io/runos/docs-2.0/eng/31 tutorial 01.html (дата обращения: 28.02.2024)
- [3] Amoordon, A. Presenting Tendermint: Idiosyncrasies, weaknesses, and good practices / A. Amoordon, H. Rocha // 2019 IEEE International Workshop on Blockchain Oriented Software Engineering (IWBOSE). IEEE, 2019. C. 44-49.
- [4] Kwon J. Tendermint: Consensus without Mining https://www.semanticscholar.org/paper/Tendermint-%253A-Consensus-without-Mining-Kwon/df62a45f50aac8890453b6991ea115e996c1646e

# Исследование методов сжатия данных для оптимизации формирования луча в стандартах LTE и 5G NR с использованием улучшенной передачи отчёта CSI

Лысенко Данил Русланович, Писковский Виктор Олегович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: lysenkodr@my.msu.ru, vpiskovski@lvk.cs.msu.ru

Одним из основных аспектов обеспечения качественной связи в сетях пятого поколения 5G NR стало использование технологии Multiple Input Multiple Output и больших антенных решёток. Общая модель принимаемых сигналов на с-й поднесущей можно выразить как:

$$y_c = h_c v_c x_c + n_c$$
, где:

 $H = [h_1 \dots h_c]$  — матрица канала нисходящей линии связи,  $v_c$  — вектор прекодирования,  $x_c$  — вектор данных,  $n_c$  — шум, воздействующий на приемную антенну [1].

Преимуществами технологии является: высокая пропускная способность, увеличение зоны покрытия и проникающей способности, большое количество пользователей и меньшая задержка. В системах МІМО информация о состоянии канала (Channel State Information) на базовой станции необходима для обеспечения качественной работы прекодирования, настройки антенной решётки, формировании луча. Однако, по мере роста числа антенн, установленных на базовой станции, обеспечение обратной связи становится сложной задачей из-за увеличения матрицы СЅІ.

Необходимо эффективно сжимать информация о состоянии канала на пользовательском оборудовании перед передачей и реконструировать его на базовой станции. В матрице CSI большое количествов элементов близких к нулю. Это связано с разреженностью в МІМО-каналах, что может быть использовано для сжатия. В [2, 3] матрица преобразуется с помощью дискретного преобразования Фурье, в этой области сохраняется свойство разреженности. Учитывая, что временные задержки между сигналами лежат в ограниченном интервале только некоторые строки содержат значения, не близкие к нулю, остальные можно не учитывать.

Для решения задачи потребовалась реализация модели канала на основе библиотеки MATLAB Quadriga [4]. Были предложены другие алгоритмы из области сжатия изображений и снижения размерности матриц основанные на: дискретном вейвлет-преобразовании, дискретном преобразовании Фурье сингулярном разложении, методе главных компонент, неотрицательном матричном разложении, автокодировщиках на основе нейронных сетей.

- [1] Бакулин М. Г., Варукина Л. А., Крейнделин В. Б. Технология МІМО: принципы и алгоритмы. М.: Горячая линия Телеком, 2014 244 с., ил.ISBN 978-5-9912-0457-6.
- [2] Wen C. K., Shih W. T., Jin S. Deep learning for massive MIMO CSI feedback // IEEE Wireless Communications Letters. 2018. T. 7. №. 5. C. 748-751.
- [3] Guo J. et al. Overview of deep learning-based CSI feedback in massive MIMO systems //IEEE Transactions on Communications. 2022. T. 70. №. 12. C. 8017-8045.
- [4] Jaeckel S. et al. QuaDRiGa: A 3-D multi-cell channel model with time evolution for enabling virtual field trials //IEEE transactions on antennas and propagation. 2014. T. 62. №. 6. C. 3242-3256.

## ПРОГНОЗ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧ VOD И KV БД НА ОБОРУДОВАНИИ СЕТЕЙ ДОСТУПА

#### Лычева Екатерина Олеговна, Писковский Виктор Олегович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: elycheva@lvk.cs.msu.ru, vpiskovski@lvk.cs.msu.ru

Развитие технологии распределенных облачных вычислений, реализация отказоустойчивых сетевых сервисов в виде распределенных сетевых услуг приводит к необходимости перехода от атомарных систем, локализованных на выделенных для этого аппаратных единицах, к так называемым «логическим/сетевым» распределенным системам, которые «живы» пока есть обеспечивающая их существование сеть с достаточной степенью избыточности. Такие системы используют преимущества технологии виртуализации и распределены по различным серверным мощностям.

Обеспечение функционирования распределенных вычислительных систем в соответствии с предъявляемыми к ним техническими требованиями определяется эффективностью размещения сетевого сервиса на оборудовании в сети.

В работе исследуются методы прогнозирования временных характеристик прикладных сетевых сервисов [1] в зависимости от данных об эксплуатации сетевого сервиса на используемых сетевых ресурсах, текущего и прогнозируемого состояния аппаратного и программного обеспечения. Рассматривается влияние способов понижения размерности на результат предсказания характеристик уровня предоставляемого сервиса. Для прогнозирования применяется машинное обучение моделей случайного леса [2]. Для понижения размерности пространства признаков используются анализ главных компонент (РСА) [3] и усечённое сингулярное разложение (SVD) [4].

В докладе будут представлены результаты сравнительного анализа эффективности методов понижения размерности пространства признаков в контексте задачи прогнозирования параметров сетевых приложений с использованием машинного обучения.

- [1] Data traces from a data center testbed Kaggle. [Электронный ресурс] URL: https://www.kaggle.com/datasets/jaliltaghia/data-traces-from-a-data-center-testbed
- [2] A service-agnostic method for predicting service metrics in real time / R. Yanggratoke, J. Ahmed, J. Ardelius, C. Flinta, A. Johnsson, D. Gillblad, R. Stadler //International Journal of Network Management // September 2017
- [3] Bishop C. M. Pattern Recognition and Machine Learning : Springer Science+Business Media, LLC // 2006

[4] Сайфутдинов Р. А. Исследование алгоритмов уменьшения размерности данных для задачи классификации : СПбГУ // 2014

### ДВУХКОНТУРНЫЙ МЕТОД БАЛАНСИРОВКИ СЕТЕВЫХ ПОТОКОВ

#### Оконишников Арий Ариевич, Степанов Евгений Павлович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: a3.okonishnikov@mail.ru, estepanov@lvk.cs.msu.ru

Одна из ключевых задач сферы управления трафика (TE—traffic engineering)—балансировка транспортных потоков, решение которой позволяет достичь таких целей, как: предотвращение перегрузки, уменьшение доли потерянных пакетов, увеличение доступной пропускной способности.

В настоящей работе необходимо распределить транспортные потоки между заданным множеством маршрутов таким образом, чтобы минимизировать максимальную загрузку каналов внутри сети. Данная задача имеет сложность NP-Hard [1] и ранее использовались эвристические алгоритмы для ее решения. Однако согласно недавним исследованиям [2], большую эффективность демонстрируют мультиагентные подходы с подкреплением (MARL), которые рассмотрены в данной работе.

Рассматривается децентрализованный подход, при котором агенты методов MARL находятся на каждом коммутаторе и собирают информацию о доступной пропускной способности прилегающих к коммутатору каналов. На основании собранной информации агенты способны принимать решения о том, в какой из каналов направлять входящие транспортные потоки. Это решение может приниматься агентами независимо или посредством коммуникации. Независимое принятие решений приводит к тому, что агенты не владеют информацией об отдаленных участках сети, в результате чего могут принимать неправильное решение, приводящее к перегрузке или низкому использованию части каналов. А для коммуникации агентам необходима часть пропускной способности и время.

Ключевое предложение данной работы заключается в ограничении числа итераций коммуникации между агентами для минимизации используемых ресурсов сети. Вместо лишних итераций коммуникации агенты будут полагаться на уже накопленный опыт.

Для агентов MARL разработан двухконтурный метод, определяющий целесообразность коммуникации в каждом состоянии. Его идея заключается в сохранении конечной истории состояний агентов и сравнения каждого нового состояния с предыдущими. Если наблюдаемое состояние похоже на предыдущие, то работает первый контур—агент принимает решение, которое он принимал ранее в похожем состоянии, иначе работает второй контур—необходима коммуникация. Сходство между состояниями определяется применением

евклидовой метрики к векторам, описывающим состояния агентов. Данный алгоритм реализован для мультиагентного метода МАROH [3].

#### Список литературы

- [1] Agarwal S., Kodialam M., Lakshman T. V. Traffic engineering in software defined networks //2013 Proceedings IEEE INFOCOM. IEEE, 2013. C. 2211-2219.
- [2] Xiao Y. et al. Leveraging deep reinforcement learning for traffic engineering: A survey //IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2021. T. 23. No. 4. C. 2064-2097
- [3] Stepanov E. P. et al. On Fair Traffic allocation and Efficient Utilization of Network Resources based on MARL.

#### Применение CNN для прогноза выполнения задач VoD и KV БД на оборудовании сетей доступа

#### Писковский Виктор Олегович, Могиленец Виктор Максимович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: vpiskovski@lvk.cs.msu.ru, mogilinez17@yandex.ru

В настоящее время методы машинного обучения применяются для решения различных прикладных задач: начиная от классификации изображений и до предсказания поведения цены акций на фондовом рынке. В данной работе решается одна из них—задача регрессии для сетевых сервисов VoD и KV БД.

Было проведено исследование возможности применения свёрточных нейронных сетей(CNN) [1], для предсказания временных характеристик прикладных сервисов [2] в зависимости от данных об эксплуатации данного сервиса.

Нейронная сеть представляет из себя направленный граф, вершинами которого являются нейроны, а дуги показывают связи между этими вершинами. Нейроны образуют слои. Каждый нейрон имеет некоторое число «входов» и «выходов». На «вход» приходит сигнал от предыдущего слоя, на «выходы» подаётся значение функции активации от «входов». Этот принцип лежит в основе всех нейронных сетей.

В качестве модели для сравнения результатов использовалась нейронная сеть, построенная на основе многослойного персептрона(MLP) [3].

Для реализации свёрточной нейронной сети была выбрана «Платформа-ГНС» [4]. Это унифицированная платформа для разработки решений с использованием высокопроизводительных вычислений и суперкомпьютерных технологий на основе глубоких конволюционных нейронных сетей (ГНС). Разработчики позиционируют ее как систему для проектирования нейронных сетей, применимых в распознавании изображений, но в данной работе она будет использоваться для реализации решения задачи регрессии.

В докладе будут приведены результаты сравнительного анализа предсказательных способностей свёрточной нейронной сети.

#### Список литературы

- [1] Dylan Tan, T. Hui Teo Remaining useful life prediction using temporal convolution with attention // Mechanisms and Machine Science // 14 February 2021
- [2] Telecom data traces for distributed learning Kaggle. [Электронный ресурс] URL: https://www.kaggle.com/datasets/jaliltaghia/data-traces-from-a-data-center-testbed
- [3] Esra Yüksel, Derya Soydaner, Hüseyin Bahtiyar Nuclear binding energy predictions using neural networks: Application of the multilayer perceptron // International Journal of Modern Physics E // 28 January 2021
- [4] Унифицированная программная платформа для разработки конечно ориентированных программных комплексов автоматического распознавания объектов на основе нейросетевых подходов «Платформа-ГНС». [Электронный ресурс] URL: https://www.gosniias.ru/platform.html

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕНИ ПОДГОТОВКИ **АРМ** К РАБОТЕ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РАЗДЕЛЯЕМОГО СЕТЕВОГО РЕПОЗИТАРИЯ ОБРАЗОВ **ВМ**

Писковский Виктор Олегович, Сагалевич Виталий Дмитриевич

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: vpiskovski@lvk.cs.msu.ru, vsagalev@gmail.com

В докладе рассматривается задача оптимизации времени подготовки APM (автоматизированных рабочих мест)[1] при использовании разделяемого сетевого репозитория образов BM (виртуальных машин). Виртуальные машины запускаются в режиме расширенного фильтра записи, где образ доступен только для чтения, а все изменения сохраняются на специальном слое файловой системы. Это позволяет уменьшить расходы на обновление на подготовки.

В рамках исследования проводится тестирование различных протоколов доступа к данным виртуального диска, таких как NBD (Network Block Device)[2], SMB (Server Message Block)[3] и NFS (Network File System)[4], а также различных файловых систем, включая ZFS (Zettabyte File System)[5] и Lustre. Каждый из этих протоколов и файловых систем имеет свои особенности и преимущества, и их эффективность может существенно различаться в зависимости от конкретных условий использования.

В ходе тестирования проведены эксперименты с различными параметрами скорости и задержки в сети, чтобы оценить эффективность каждого протокола в различных условиях. Критерием оценки являются временные показатели старта виртуальных машин, включая загрузки графического и сетевого интерфейсов. Путем анализа полученных данных можно определить оптимальный протокол доступа к данным и файловую систему для конкретных задач и требований, а также выявить факторы, оказывающие наибольшее влияние на скорость загрузки ВМ.

В докладе представлен анализ работы протоколов, время загрузки ВМ в зависимости от состояния сети и выбранного протокола, что позволяет сделать обоснованный выбор в пользу оптимального решения.

#### Список литературы

- [1] Грушо А.А., Николаев А.В., Писковский В.О., Сенчило В.В., Тимонина Е.Е.. Подход к обеспечению информационной безопасности при использовании частных облачных вычислительных сред. Абонентский облачный терминал.// MoNeTec-2020, 2020
- [2] The NBD protocol description, URL: github.com/NetworkBlockDevic e/nbd, дата обращения: 25.02.2023
- [3] [MS-SMB2]: Server Message Block (SMB) Protocol Versions 2 and 3, Microsoft, 2020, URL: https://learn.microsoft.com/en-us/openspecs/windows\_protocols/ms-smb2/5606ad47-5ee0-437a-817e-70c366052962, дата обращения: 2.11.2022
- [4] RFC 7530, Internet Engineering Task Force (IETF), URL: www.rfc-editor.org/rfc/rfc7530.html, дата обращения: 2.10.2022
- [5] Mohd Bazli Ab Karim, Jing-Yuan Luke, Ming-Tat Wong, Pek-Yin Sian, Hong Ong Ext4, XFS, BtrFS and ZFS Linux File Systems on RADOS Block Devices (RBD): I/O Performance, Flexibility and Ease of Use Comparisons // 2016 IEEE Conference on Open Systems (ICOS)

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ КОММУНИКАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ БАЛАНСИРОВКИ ТРАФИКА МЕТОДОМ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Плакунов Артем Владимирович, Степанов Евгений Павлович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: aplakunov@arccn.ru, estepanov@arccn.ru

Решение задачи балансировки трафика является одной из важных проблем при повышении эффективности работы сети. Сложность этой задачи заключается в том, что при ее решении необходимо не только как можно более

равномерно загрузить ресурсы сети, а также минимизировать время на принятие решения и объем передаваемых служебных сообщений. Методы машинного обучения обладают способностью учитывать такие факторы. Поэтому за последние 5 лет вышло множество работ, применяющих методы машинного обучения к задаче балансировки трафика [1,2,3]. Существует несколько подходов к применению методов машинного обучения к задаче балансировки трафика, отличающихся моделью коммуникации между агентами. Сравнение этих подходов для конкретной задачи, например, как сделано в работе [4], позволяет выбрать наилучший способ ее решения.

В работе представлено три модели организации сети, состоящей из агентов, реализующих машинное обучение с подкреплением. Задача агентов – наиболее эффективная балансировка трафика в сети как с точки зрения загрузки сети, так и с точки зрения накладных расходов на взаимодействие между агентами.

Существует три подхода к организации такой сети:

- 1. Централизованный: в сети присутствует один агент, получающий на входе состояние всех элементов сети. Решение о том, как балансировать трафик, принимается этим агентом и рассылается по всей сети.
- 2. Распределенный: сеть состоит из набора агентов, каждый из которых принимает собственное решение о том, как балансировать трафик, исходя только из локальной информации, доступной агенту.
- 3. Распределенный с коммуникацией: этот способ аналогичен распределенному, с тем отличием, что агентам разрешается обмениваться своим состоянием между собой.

В качестве распределенного подхода с коммуникацией в работе исследуется метод, комбинирующий машинное обучение и графовые нейронные сети, основанный на работе [5]. Полностью распределенный подход получен из предыдущего подхода путем отключения коммуникации между агентами и изменением структуры нейронной сети агента. В качестве централизованного подхода использован существующий алгоритм RILnet [6].

В экспериментальном исследовании будет рассмотрено сравнение выбранных подходов с точки зрения их накладных расходов и эффективности работы. Будет проверена гипотеза о том, что рассмотренная модель сети, основанная на распределенном подходе с коммуникацией, достигает более высокой эффективности балансировки по сравнению с полностью распределенной моделью. При этом накладные расходы, возникающие при ее использовании, меньше накладных расходов, возникающих в централизованной модели.

#### Список литературы

[1] Multi-agent Actor-Critic Reinforcement Learning Based In-network Load Balance / Mai T., Yao H., Xiong Z., Guo S., Niyato D. // «GLOBECOM» IEEE Global Communications Conference. 2020.

- [2] AuTO: scaling deep reinforcement learning for datacenter-scale automatic traffic optimization / Chen L., Lingys J., Chen K., Liu F. // SIGCOMM: Proceedings of the 2018 Conference of the ACM Special Interest Group on Data Communication. 2018. PP. 191-205.
- [3] Rikhtegar N., Bushehrian O., Keshtgari M. DeepRLB: A deep reinforcement learning-based load balancing in data center networks // International Journal of Communication Systems. 2021. Vol. 34, Issue 15.
- [4] Constrained Deep Reinforcement Learning for Smart Load Balancing / Houidi O., Zeghlache D., Perrier V., Anh Q., Pham T. Huin N., Leguay J., Medagliani P. // IEEE 19th Annual Consumer Communications & Networking Conference (CCNC). 2022. PP. 207-215.
- [5] Is Machine Learning Ready for Traffic Engineering Optimization? / Bernardez G. and Suarez-Varela J. and Lopez A. and Wu B. and Xiao S. and Cheng X. and Barlet-Ros P. and Cabellos-Aparicio A. // IEEE 29th International Conference on Network Protocols (ICNP). 2021. PP. 1-11.
- [6] RILNET: A Reinforcement Learning Based Load Balancing Approach for Datacenter Networks / Lin Q., Gong Z., Wang Q., Li J. // Machine Learning for Networking. MLN. 2018. Vol. 11407

## МЕТОДЫ РАЗМЕТКИ ТРАССЫ СЕТЕВОГО ТРАФИКА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КАЧЕСТВА ГЕТЕРОГЕННЫХ КАНАЛОВ В СЕТЯХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

Рязанов Александр Михайлович<sup>1</sup>, Зуев Никита Викторович<sup>2</sup>, Волканов Дмитрий Юрьевич<sup>3</sup>

Качество обслуживания (КО, англ. Quality of Service, QoS) — технология предоставления различным классам трафика различных приоритетов в обслуживании.

В рамках доклада рассматривается спектр подзадач, сопряжённых с извлечением показателей КО для формирования обучающих наборов, которые могут быть использованы для решения задач анализа и прогнозирования КО гетерогенных каналов в СПД.

Постановка задачи прогнозирования качества гетерогенных каналов в сетях передачи данных и параметры КО рассматриваются в работе [3]. Задача расчёта и прогноза всех четырех параметров КО в литературе практически не рассматривается (в качестве исключений можно упомянуть статьи [1] и [2]), поэтому в

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: alryaz@asvk.cs.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Лаборатория космофизических исследований, e-mail: zuev.nv.forwork@gmail.com

 $<sup>^3</sup>$  Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: volkanov@asvk.cs.msu.ru

работе предложены методы извлечения (разметки) четырех параметров КО по данным, собранным в трассе сетевого трафика.

Для образования обучающих выборок для алгоритмов машинного обучения необходимо собрать множество трасс сетевого трафика на различных промежутках времени, используя различные гетерогенные каналы. Исходя из вариативности и неопределённости во времени сетевого трафика, проходящего через гетерогенный канал, необходимо максимально точно определить набор характеристик пакета, уникально идентифицирующих поток данных внутри канала. Впоследствии для каждого потока данных необходимо извлечь параметры качества обслуживания, преимущественно в пассивном и неинвазивном режиме.

В данной работе рассматривается набор методов разметки трассы сетевого трафика, которые позволяют извлечь упомянутые характеристики и преобразовать их в кортежи значений, при помощи которых формируются значения показателей КО для любого отдельно взятого промежутка времени, охватывающего поток данных.

В дальнейшем планируется формализовать задачу прогнозирования значений показателей КО, исследовать методы её решения на основе вероятностностатистических подходов и методов машинного обучения, разработать методику выделения обучающей и тренировочной выборки из собранных данных, а также полностью реализовать средство сбора, хранения и анализа сетевого трафика.

Работа выполнена при поддержке Программы развития МГУ, проект №23-Ш03-03

- [1] A Technical Research towards 5G SLA: System Definition, Sense and Assurance Solution / H. Yang [и др.] // IEEE 21st International Conference on Communication Technology (ICCT). IEEE, 2021. C. 462–471. DOI: 10.1109/icct52962.2021.9658108.
- [2] Ahmad N., Wahab A., Schormans J. Importance of Cross-Correlation of QoS metrics in Network Emulators to Evaluate QoE of Video Streaming Applications // IEEE 11th International Conference on Network of the Future NOF. IEEE, 10.2020. C. 105–109. ISBN 978-1-7281-8055-7. DOI: 10.1109/NoF50125.2020.9249129.
- [3] Рязанов А. М., Волканов Д. Ю., Цыганов Н. И. Методы сбора и хранения сетевого трафика для решения задачи прогнозирования качества гетерогенных каналов в сетях передачи данных // Тематический сборник «Программные Системы и Инструменты». Т. 23. 2023. С. 83–91. ISBN 978-5-89407-638-6. DOI: 10.29003/m3791.978-5-317-07118-9.

## МНОГОАГЕНТНАЯ БАЛАНСИРОВКА ПУАССОНОВСКИХ ПОТОКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ

Тимошкин Максим Олегович, Степанов Евгений Павлович

 $Ka \phi e p a ACBK, e - mail: max.timoshkin@inbox.ru, estepanov@lvk.cs.msu.ru$ 

Задача балансировки трафика заключается в выборе маршрутов для транспортных потоков, на которых достигается равномерная загрузка очередей коммутаторов в сети. Для этого в работе применяются многоагентные методы обучения с подкреплением.

**Математическая постановка задачи.** Топология сети задана двунаправленным графом  $G = \langle V, E \rangle$ , где V — множество коммутаторов в сети; E — множество каналов. В сети передается множество различных потоков  $F = \{f_n\}_{n=1}^N$ . Для каждого потока  $f_n$  определена пара коммутаторов  $(v_n^{src}, v_n^{dst}) \in V^2$ . Процесс поступления потоков  $f_n$  описывается пуассоновскими потоками событий с параметрами интенсивности  $\lambda_n$  и интервалами времени  $[T_n^{(1)}, T_n^{(2)}]$  поступления пакетов.

Будем рассматривать состояния сети в дискретные моменты времени  $t=\overline{0..K}$ , отвечающие событиям поступления потоков на коммутаторы. Для каждого коммутатора  $v\in V$  определено множество выходных портов  $E_v=\{e\in E: e=(v,\cdot)\}$ . В любой момент времени t определена загрузка очередей  $L_t^{(v)}=(L_t^{(e)})_{e\in E_v}$ . Для каждого потока  $f_n$ , поступающего на коммутатор  $v\in V$ , определено множество допустимых выходных портов  $E_{v,n}^{out}\subseteq E_v$ .

Требуется найти множество выходных портов

$$\{e_t^{(v)}\}_{t=\overline{0..K},v\in V} = \arg\min_{\{e_t^{(v)}\}} \sum_{t^*=0}^K \gamma^{t^*} \sqrt{\frac{1}{|E|} \sum_{e^*\in E} \left(L_{t^*}^{(e^*)} - \overline{L_{t^*}}\right)^2},$$

при ограничении  $e_t^{(v)} \in E_{v,n_t}^{out}$ , где  $\gamma \in (0,1)$  – коэффициент дисконтирования;  $\overline{L_{t^*}} = \frac{1}{|E|} \sum_{e^* \in E} L_{t^*}^{(e^*)}$  — средняя загрузка очередей в сети в момент времени  $t^*$ .

Обзор многоагентных методов обучения с подкреплением для балансировки трафика. В ходе обзора были рассмотрены многоагентные методы обучения с подкреплением [1-6]. Для решения поставленной задачи был выбран многоагентный DQN [6], который имеет децентрализованный процесс обучения и является гибким к выбору архитектуры нейронной сети.

**Экспериментальное исследование.** В докладе будет представлено сравнение эффективности предложенного подхода с классическим подходом балансировки трафика ECMP, а также представлены графики loss-функции  $\overline{L(t)}$  и целевой функции  $\overline{R(t)}$  в процессе обучения.

#### Список литературы

- [1] Chen L. et al. Auto: Scaling deep reinforcement learning for datacenter-scale automatic traffic optimization //Proceedings of the 2018 conference of the ACM special interest group on data communication. 2018. C. 191-205.
- [2] Mai T. et al. Multi-agent actor-critic reinforcement learning based in-network load balance //GLOBECOM 2020-2020 IEEE Global Communications Conference. IEEE, 2020. C. 1-6.
- [3] Bernárdez G. et al. Is machine learning ready for traffic engineering optimization? //2021 IEEE 29th International Conference on Network Protocols (ICNP). IEEE, 2021. C. 1-11.
- [4] You X. et al. Toward packet routing with fully distributed multiagent deep reinforcement learning //IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems. − 2020. − T. 52. − №. 2. − C. 855-868.
- [5] Mai X., Fu Q., Chen Y. Packet routing with graph attention multi-agent reinforcement learning //2021 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). IEEE, 2021. C. 1-6.
- [6] Kim K. Multi-agent deep Q network to enhance the reinforcement learning for delayed reward system //Applied Sciences. 2022. T. 12. №. 7. C. 3520.

### Состояние и перспективы системы имитационного моделирования NPS

Тюшев Максим Владимирович, Смелянский Руслан Леонидович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: s02200498@gse.cs.msu.ru, smel@cs.msu.su

В условиях цифровизации общества задача обеспечения надежности и безопасности сетей передачи данных становится все более актуальной. В этом контексте разработка методов моделирования вычислительных сетей является важным направлением. Вычислительная сеть (далее NPC — Network Powered by Computing) [1] это вычислительная инфраструктура нового поколения, которая в отличие от GRID [2] систем реализует принцип вычисления по требованию. Основным методом исследований в области ее построения, алгоритмов управления ресурсами и т. п. является имитационное моделирование. Однако основную трудность в его применении представляет проблема формирования рабочей нагрузки, создаваемой работой приложений и их потоками данных. Самым точным средством воспроизведения такой нагрузки была бы эмуляция работы реального программного обеспечения (приложений) в рамках имитационной модели. Такой подход был предложен и разработан в рамках системы Network Prototype Simulation (далее NPS) [3] на кафедре ACBK в 2015 году. Система NPS ориентирована на моделирование сетей передачи данных

большого масштаба (сотни тысяч устройств) и проведение имитационных экспериментов в распределенной вычислительной среде — кластере серверов, в облачной инфраструктуре. Актуальность представленной работы определяет вышесказанное.

Применение NPS для исследования проблемы, связанных с построением NPC, требует разработки методов кластеризации и отображения моделируемой NPC на распределенную среду из кластера серверов. Эффективность этого отображения существенно влияет на точность результатов моделирования и сложность алгоритмов управления модельным временем.

В работе представлена математическая постановка задачи отображения сетевой инфраструктуры на распределенную среду NPS, проведен обзор и сравнительный анализ методов кластеризации и отображения графов. Предложен комбинированный подход к кластеризации топологии сети передачи данных и ее отображению на среду NPS, который позволяет повысить точность моделирования и расширить возможности применения NPS в исследованиях сетевых технологий. Идея предлагаемого в работе решения состоит в том, чтобы кластеризовать граф, представляющий топологию сети передачи данных, в узлах которой находятся вычислители с соответствующими приложениями, так, чтобы эффективно с точки зрения определенных критериев отобразить этот граф на граф, представляющий топологию распределенной среды моделирования.

- [1] Smeliansky R. Network Powered by Computing: Next Generation of Computational Infrastructure. 2023.
- [2] Jacob B. et al. Introduction to grid computing //IBM redbooks. 2005. C. 3-6.
- [3] Antonenko V. A., Smelyanskiy R. L., Nikolaev A. Large scale network simulation based on hi-fi approach //SummerSim. 2014. C. 4.
- [4] Karypis G., Kumar V. METIS: A software package for partitioning unstructured graphs, partitioning meshes, and computing fill-reducing orderings of sparse matrices. 1997.
- [5] Ma Y. et al. A multi-stage hierarchical clustering algorithm based on centroid of tree and cut edge constraint //Information Sciences. 2021. T. 557. C. 194-219.
- [6] Blondel V. D. et al. Fast unfolding of communities in large networks //Journal of statistical mechanics: theory and experiment. − 2008. − T. 2008. − №. 10. − C. P10008.
- [7] Trung H. T. et al. A comparative study on network alignment techniques //Expert Systems with Applications. 2020. T. 140. C. 112883.

#### Распределенный метод построения маршрутов, обеспечивающих требуемую скорость

#### Чистобаев Андрей Андреевич, Степанов Евгений Павлович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: chistobaevandrey123@gmail.com, estepanov@lvk.cs.msu.ru

Использование доменов в протоколах маршрутизации позволяет упростить масштабирование сети: между ними ограничивается перессылка служебных сообщений, происходит обобщение маршрутов. В программно-конфигурируемых сетях доменом считается уровень передачи данных отдельного контроллера.

Существующие протоколы междоменной маршрутизации в программно-конфигурируемых сетях[1][2] не всегда учитывают требования к качеству сервиса или обеспечивают их нестрого и прокладывают маршруты индивидуально для каждого потока. Учет ограничений сразу для нескольких потоков данных позволит обеспечивать строгие требования к качеству сервиса для большего числа маршрутов.

Работа направлена на разработку протокола междоменной одноадресной маршрутизации в программно-конфигурируемой сети с обеспечением минимальной пропускной способности для потоков с известным временем начала и конца передачи. В каждый момент времени маршруты должны быть проложены для такого множества потоков, для которого сумма стоимостей потоков максимальна и обеспечиваются требования к пропускной способности. Задача маршрутизации должна решаться распределенно: контроллерам запрещено полностью раскрывать топологию своего уровня передачи данных (коммутаторы и каналы между ними, пропускная способность каналов).

В ходе работы была формально поставлена задача бинарного линейного программирования, произведен обзор алгоритмов распределенного решения, по результатом которого был выбран алгоритм DiCUT-MILP[3]. Разработан протокол для отечественного контроллера RunOS[4].

- [1] Karakus M., Durresi A., Quality of Service (QoS) in Software Defined Networking (SDN): A survey // Journal of Network and Computer Applications. 2017. T. 80. C. 200-218.
- [2] Alotaibi H. S., Gregory M. A., Li S., Multidomain SDN-Based Gateways and Border Gateway Protocol // Journal of Computer Networks and Communications. 2022. T. 2022. C. 23.
- [3] Testa A., Rucco1 A., Notarstefano G., Distributed Mixed-Integer Linear Programming via Cut Generation and Constraint Exchange // IEEE Transactions on Automatic Control. 2020. T. 65, № 4. C. 1456 1467.

[4] The Runos Openflow Controller / Shalimov A., Nizovtsev S., Morkovnik D., Smeliansky R. // 2015 Fourth European Workshop on Software Defined Networks. – 2015. – C. 103-104.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ РАБОТЫ ВАЛИДАТОРОВ В ЭКОСИСТЕМЕ COSMOS**

#### Шибаев Павел Павлович, Писковский Виктор Олегович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: pshibaev@lvk.cs.msu.ru, vpiskovski@lvk.cs.msu.ru

В докладе рассматривается задача оптимизации работы валидаторов блокчейн-хранилища, возникшая в рамках создания блокчейн-хранилища для контроллера SDN RUNOS [1]. Блокчейн-сеть — одноранговая сеть связанных между собой вычислительных устройств, на которых присутствует экземпляр программного обеспечения блокчейна. Узел-валидатор — составной узел блокчейнсети, который обеспечивает проверку и хранение транзакций. Следует определить оптимальные параметры работы валидатора, адаптируя его работу под условия внешней среды (объем хранимых в блокчейне данных и скорость поступления этих данных в видне транзакций различного размера).

В рамках предыдущего исследования для приложения RUNOS L2 Learning Switch было реализовано и протестировано блокчейн-хранилище на базе Cosmos SDK [2]. При этом запуски производились с исходными параметрами алгоритма консенсуса CometBFT (Tendermint) [3].

В качестве основных метрик качества работы блокчейн-сети в докладе рассматриваются пропускная способность и количество неподтвержденных транзакций. Проведены экспериментальные запуски блокчейн-сети из 16 валидаторов, работающих на виртуальных машинах, в трех различных конфигурациях, представленных на табл. 1. Вариант А содержит значения параметров консенсуса CometBFT, предлагаемые по умолчанию.

Параметр	Вариант А	Вариант В	Вариант С
Скорость передачи			
транзакций, Мб/с	5	1	5
Постоянные соединения	10	5	5
Интервал голосования, с	3	10	10

Табл. 1: Предлагаемые конфигурации блокчейн-валидаторов.

В докладе представлены данные о средних значениях пропускной способности сети и доле неподтвержденных транзакций для различных значений среднего числа генерируемых транзакций в секунду. Конфигурация С оказалась лучшей, для неё дополнительно собраны данные о зависимости целевых

метрик для запусков при различных значениях среднего числа генерируемых транзакций в секунду и различных значениях размера одной транзакции.

#### Список литературы

- [1] Официальный сайт проекта RUNOS: https://runsdn.com/index.p hp/products/runos
- [2] Писковский В. О., Шибаев П. П. Об эффективности использования приватных блокчейнов для хранения конфигураций на примере блокчейнприложения для сетевого контроллера RUNOS //XVI Всероссийская мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2023). 2023. С. 203-206.
- [3] Buchman E. et al. Revisiting tendermint: Design tradeoffs, accountability, and practical use //2022 52nd Annual IEEE/IFIP International Conference on Dependable Systems and Networks-Supplemental Volume (DSN-S). IEEE, 2022. C. 11-14.

# ИССЛЕДОВАНИЕ СЛАБОСОГЛАСОВАННЫХ ПРОЦЕДУР РЕКОНФИГУРАЦИИ ПКС ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ КОНКУРИРУЮЩИХ ЗАПРОСОВ ПОСТРОЕНИЯ МАРШРУТОВ

#### Шпигун Игорь Кириллович, Писковский Виктор Олегович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: Igor.ig0207@mail.ru, vpiskovski@lvk.cs.msu.ru

В последнее время технология Программно-Конфигурируемых сетей активно развивается, и решение проблемы согласованности процедур реконфигурации ПКС является одной из важных [1]. При изменении правил маршрутизации на сетевых устройствах могут возникать конфликты, вызванные конкурирующими запросами маршрутизации потоков через объекты текущей конфигурации сети. В отличие от обычной реконфигурации традиционных сетей, в ПКС контроллер автоматически вносит изменения в конфигурацию сети на основе пользовательских запросов в соответствии с принятыми политиками безопасности. Ответственность за корректную работу сети возлагается на соответствующие приложения контроллера и реализованные в них методы и алгоритмы. Таким образом, наряду с технологией производства и внедрения приложений, управляющих сетью, имеет значение теоретическое обоснование методов и алгоритмов, по которым работают эти приложения.

В работе проанализированы существующие методы решения проблемы реконфигурации сети, а также проводится исследование нового метода оптимизации работы ПКС при выполнении конкурирующих запросов построения маршрутов, который будет являться продолжением внедрения концепции временных меток в ПКС [2]. Будут исследоваться слабосогласованные процедуры

реконфигурации, отличительной чертой которых является возможность пересечения на одних и тех же объектах сети в некоторый промежуток времени. Данное пересечение приведет к тому, что префикс потока данных будет обрабатываться одной процедурой, а суффикс другой. Это приведёт к снижению безопасности сети, но повысит скорость обработки. Для проведения исследования и моделирования выбрана система NS-3 [3], в которой будет реализована топология, состоящая из нескольких хостов, OpenFlow-коммутаторов и контроллера. Сначала будет пускаться один поток данных, а потом будет происходить условное отсечение хвоста этого потока другим потоком. И, таким образом, будет происходить исследование характеристик слабосогласованных процедур в зависимости от значения отсекаемого хвоста.

#### Список литературы

- [1] Грушо А. А., Терёхина И.Ю. Анализ непротиворечивости реконфигурации программно-конфигурируемой сети // Системы и средства информ. 2017. Т. 27. № 3. С. 12–22.
- [2] Лебединский Ю.Е., Писковский В. О. Исследования методов управления процессами реконфигурации ПКС при выполнении конкурирующих запросов построения маршрутов // Издательский отдел факультета ВМК МГУ Москва, 2022
- [3] NS-3. Network simulator 3. https://www.nsnam.org

#### АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ОЧЕРЕДИ В СИСТЕМЕ ОБСЛУЖИВАНИЯ СО СМЕШАННОЙ ПРИОРИТЕТНОЙ ДИСЦИПЛИНОЙ

Берговин Алексей Константинович, Ушаков Владимир Георгиевич

Кафедра математической статистики, e-mail: alexey.bergovin@gmail.com, vgushakov@mail.ru

В данном докладе рассматривается система обслуживания с приоритетами, функционирующая в условиях критической загрузки, а, именно, исследуется поведение длины очереди, когда одновременно и время стремится к бесконечности, и загрузка к единице, такую постановку предложил Ю. В. Прохоров в [1].

Опишем рассматриваемую систему: имеется три пуассоновских входящих потока, каждый из которых имеет свою функцию распределения времени обслуживания, в системе есть бесконечное число мест в очереди для ожидания и один обслуживающий прибор. Приоритетная дисциплина является смешанной, установлены следующие приоритеты: относительный приоритет между требованиями первого и второго потоков и между требованиями второго и третьего потоков, а для требований первого и третьего потоков – абсолютный приоритет с обслуживанием занового прерванного требования. Будем считать,

что первый поток имеет наивысший приоритет, а третий — низший. Одна из разновидностей смешанных приоритетов была предложена в монографии [2].

Интерес к исследованию систем такого типа обусловлен не только чисто теоретической мотивацией, но и обширным классом реальных систем, в которых с одной стороны возникают приоритеты, то есть неравноправие требований, поэтому требуется устанавливать правила обслуживания заявок разных классов, а с другой стороны — важно исследовать вероятностные характеристики систем в условиях критической загрузки, так как в большинстве прикладных областей системы являются высоконагруженными.

Используя соотношения, которым удовлетворяет преобразование Лалпаса совместной производящей функции количества требований каждого приоритетного класса в системе, полученные в работе [3], были найдены предельные распределения для количества требований наименее приоритетного класса системы в условиях критической загрузки. Поскольку они были найдены в явном виде, то это позволяет найти аналитические выражения для предельных плотностей распределений, а также выражения для различных вероятностных характеристик, таких как математическое ожидание и дисперсия длины очереди. Был произведен анализ полученных предельных распределений, который показал существенные различия между различными предельными функциями, что приводит к необходимости более аккуратного статистического анализа реальных систем при использовании данной модели теории массового обслуживания в качестве математической для исследуемой системы.

#### Список литературы

- [1] Прохоров Ю. В. Переходные явления в процессах массового обслуживания // Литовский математический сборник. 1963. Т.3, № 1. С. 199—206.
- [2] Джейсуол Н. Очереди с приоритетами. М.: Мир, 1973.
- [3] Берговин А. К., Ушаков В. Г. Исследование систем обслуживания со смешанными приоритетами // Информатика и ее применения. 2023. Т. 17, Вып. 2. С. 57-—61.

# Анализ оценки риска при использовании методов множественной проверки гипотез в задачах обработки разреженных массивов слабо зависимых данных

Воронцов Михаил Олегович, Шестаков Олег Владимирович

Кафедра математической статистики, e-mail: m.vtsov@mail.ru, oshestakov@cs.msu.su

Во многих современных приложениях статистики — например, при обработке изображений и аудиосигналов, при исследованиях в области генетики

и в ряде других областей знаний — регулярно возникают задачи обработки больших массивов зашумленных данных. Массив данных зачастую полагается допускающим некоторое разреженное представление, при котором абсолютное значение большинства элементов массива равно нулю или достаточно мало. При этом возникает задача выявления значимых элементов массива (значимых признаков) и удаления шума, математически эквивалентная задаче множественной проверки гипотез.

Для решения задачи множественной проверки гипотез в работе [1] был предложен метод, основанный на контроле ожидаемой доли ложных отклонений (false discovery rate, FDR) гипотез при помощи алгоритма Бенжамини—Хохберга. В работах [2,3] для случая, когда массив данных является разреженным и состоит из независимых элементов, были показаны состоятельность и асимптотическая нормальность оценки риска данного метода.

В то же время в некоторых приложениях — например, при анализе полученных в результате использования ДНК-микрочипов данных, исследовании геофизических процессов и анализе помех в телекоммуникационных каналах — условие независимости элементов массива данных может не выполняться. В докладе показывается асимптотическая нормальность и сильная состоятельность оценки риска при применении FDR-метода в случае, когда элементы массива данных являются слабо зависимыми — имеют соответствующим образом убывающие коэффициент сильного перемешивания и максимальный коэффициент корреляции.

- [1] Benjamini Y., Hochberg Y. Controlling the false discovery rate: a practical and powerful approach to multiple testing // Journal Of The Royal Statistical Society Series. 1995. Vol. 57. № 1. P. 289–300.
- [2] Заспа А. Ю., Шестаков О. В. Состоятельность оценки риска при множественной проверке гипотез с FDR-порогом // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика, 2017. Вып. 1. С. 5–16.
- [3] Palionnaya S. I., Shestakov O. V. Asymptotic Properties of MSE Estimate for the False Discovery Rate Controlling Procedures in Multiple Hypothesis Testing // Mathematics. Vol. 8, № 11, 1913.

# ПОДХОД К СРАВНЕНИЮ ПЛОЩАДЕЙ ПОД ФАРМАКОКИНЕТИЧЕСКОЙ КРИВОЙ ДЛЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ БИОДОСТУПНОСТИ

#### Драницына Маргарита Александровна

OOO «Центр научного консультирования», Российский университет дружбы народов, e-mail: margarita13april@mail.ru

В сфере лекарственной разработки особую роль играют исследования с целью доказательства эквивалентной биодоступности. Признание эквивалентности биодоступностей воспроизведенного и оригинального лекарств делает возможных экстраполяцю безопасности и эффективности оригинального на воспроизведенный лекарственный препарат, для которого не проводится полноценная клиническая разработка. Наиболее частым способом подтверждения эквивалентной биодоступности являются фармакокинетические исследования, когда эквивалентность установливается посредством сравнения профилей «концентрация действующего вещества в плазме или сыворотке — время» (фармакокинетическая кривая).

Использование стандартных подходов к анализу результатов таких исследований в некоторых случаях может быть проблематичным с связи с существенной сложностью современных лекарственных формуляций и множеством источников вариабельности, что необходимо учитывать [1].

Основная идея предлагаемого подхода состоит в анализе симметрической разности площадей под фармакокинетическими кривыми сравниваемых препаратов. Пусть площадь под фармакокинетической кривой для испытуемого T и оригинального R препаратов AUC представлена как сумма общей части  $AUC_{common}$  и отличий  $AUC_{difference}$ :

$$AUC = AUC_{difference} + AUC_{common}$$

Математическое ожидание этой суммы случайных величин представимо в следующем виде:

$$E[AUC] = E[AUC_{difference}] + E[AUC_{common}]$$

Пусть  $E[AUC_{differenceT}] > E[AUC_{differenceR}]$  Далее, можно показать, что:

$$0 < \ln \frac{E[AUC_T]}{E[AUC_R]} = \ln \frac{E[AUC_{differenceT}] + E[AUC_{common}]}{E[AUC_{differenceR}] + E[AUC_{common}]} <$$

$$< \ln \frac{E[AUC_{differenceT}]}{E[AUC_{differenceR}]}.$$

Тогда, в предположении о логнормальном распределении  $AUC_{difference}$  (для AUC постулируется логнормальность) это будет означать, критерий для  $AUC_{difference}$  будет характеризоваться меньшей областью отвержения гипотезы  $\chi_a$ , то есть более чувствителен к обнаруживаемым различиям. Схожий подход ранее был описан в работах [2, 3].

#### Список литературы

- [1] Драницына М. А., Захарова Т. В., Ниязов Р. Р. Свойства процедуры двух односторонних тестов для признания биоэквивалентности лекарственных препаратов // Ремедиум. Журнал о рынке лекарств и медицинской технике. 2019. № 3. С. 40–47.
- [2] Dranitsyna M. A., Zakharova T. V. Some properties of the equivalence testing procedure for log-normal data // Abstracts of XXXVI International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models. 2021. URL: http://isspsm2021.krc.karelia.ru/conf/37/presentation (дата обращения 06.03.2024)
- [3] Драницына М. А., Захарова Т. В., Панов П. В. Проверка гипотез биоэквивалентности лекарственных препаратов // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2023. № 4. С. 33–40.

### **ПРОЦЕДУРА СРАВНЕНИЯ ФАРМАКОКИНЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕКАРСТВЕННЫХ ПРЕПАРАТОВ**

Захарова Татьяна Валерьевна, Панов Павел Владиславович

Кафедра математической статистики, e-mail: tvzaharova@mail.ru, mazeinmind@yandex.ru

В работе рассматривается задача проверки лекарственных препаратов на биоэквивалентность. Исследования биоэквивалентности лежат в основе воспроизведения лекарственных препаратов, подтвердивших свою эффективность и безопасность. Основным методом проверки гипотезы биоэквивалентности является процедура двух односторонних тестов Шуирманна. Она используется в течение многих лет и подтвердила свою пригодность для доказательства эквивалентной биодоступности.

В исследованиях биоэквивалентности одной из использующихся сравнительных характеристик лекарств является площадь под кривой (AUC) «концентрация—время». Основной проблемой классического критерия является нечувствительность к форме этой кривой, что может влечь за собой некорректную оценку действия воспроизведенного лекарства.

Авторами был предложен новый подход, заключающийся в построении последовательности критериев, основанных на сравнении определенных частей

площади под кривой концентрации. В классическом случае для оценки биоэквивалентности сравнивалась сразу вся площадь под кривой концентрация-время. Данный параметр, несмотря на содержащуюся информацию об экспозиции действующего вещества в соответствующие моменты времени, не содержит информации о форме кривой. Предложенный критерий имеет меньшую вероятность ошибки первого рода, что важно при работе с пропущенными данными.

На данный момент авторами продолжаются исследования подходов к анализу биоэквивалентности, рассматриваются вероятностно-статистические методы, в том числе связанные с анализом распределения случайной величины AUC.

Основные результаты работы докладывалась на конференциях «Ломоносов—2022», «Ломоносов—2023», на международных научной конференции «BIG BRAIN 2022», «BIG BRAIN 2023», по материалам которых опубликованы статьи на русском и английском языках.

#### Список литературы

- [1] Драницына М. А. Захарова Т. В. Ниязов Р. Р. Свойства процедуры двух односторонних тестов для признания биоэквивалентности лекарственных препаратов // Ремедиум. Журнал о рынке лекарств и медицинской технике, 3, 40–47 (2019).
- [2] Драницына М. А. Захарова Т. В. Панов П. В. Проверка гипотез биоэквивалентности лекарственных препаратов // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. — 2023. — № 4.
- [3] Захарова Т. В., Тархов А. А. Оценка уровня значимости критерия Шуирманна для проверки гипотезы биоэквивалентности при наличии пропущенных данных. // Информатика и ее применения, 2019 (3): 58-62.

## Численное и аналитическое исследование решений стохастических уравнений газовой динамики

#### Савушкин Евгений Владимирович

ФГБУ ФИАН им. П. Н. Лебедева, e-mail: esavushkin@yandex.ru

Рассматривается стохастическая мезо-модель для газовой динамики в фазовом пространстве при умеренных числах Кнудсена [1]. Математическая модель данного процесса представляет собой многомерное стохастическое дифференциальное уравнение вида:

$$dv_t = -\frac{1}{Kn}a(c)(v_t - V)dt + \frac{1}{\sqrt{Kn}}\sigma(c)dW_t,$$
(1)

где  $v_t$  - скорость частицы, V - макроскопическая скорость, c - модуль тепловой скорости, a(c) и  $\sigma(c)$  - матрицы сноса и диффузии, которые подбираются таким образом, чтобы соответствовать уравнению состояния газа, в простейшем случае полиномы [2].

Задачей данного исследования было оценить существование/отсутствие конечных моментов порядка p, где  $1 \leqslant p \leqslant 2$  для сечений решения СДУ (1) при каждом конкретном t. Так как точное решение данного уравнения возможно лишь при некоторых допущениях на матрицы сноса и диффузии, то оценка производилась путем численного моделирования процесса с последующей статистической оценкой параметров. Для численного решения данного уравнения был применен метод Мильштейна, так как он имеет более высокий порядок сходимости по сравнению с методом Эйлера-Маруямы. Для оценки существования конечных моментов были применены методы описанные в статьях [3, 4], основанные на поведении эмпирических оценок для моментов. Валидация метода производилась для параметров сноса и диффузии для которых точное решение СДУ (1) существует.

#### Список литературы

- [1] Уравнение Больцмана без гипотезы молекулярного хаоса / С. В. Богомолов, Т. В. Захарова, // Матем. моделирование. 2021. Т. 33, № 1. С. 3–24.
- [2] Микро-макро модели Фоккера-Планка-Колмогорова для газа из твердых сфер / С. В. Богомолов, Н. Б. Есикова, А. Е. Кувшинников, // Матем. моделирование. 2016. Т. 28, № 2. С. 65–85.
- [3] Trapani L., Testing for (in)finite moments// Journal of Econometrics. 2016. № 191. P. 57–68.
- [4] Fedotenkov I., A bootstrap method to test for the existence of finite moments// Journal of nonparametric statistic. 2013. № 25. P. 315–322.

#### О ПРИБЛИЖЕНИЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВОЗМУЩЕНИЙ ОПЕРАТОРА СТЕЙНА ДЛЯ СУММ ЛОКАЛЬНО ЗАВИСИМЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Ульянов Владимир Васильевич<sup>1</sup>, Су Жонген, Ван Сиаолинь<sup>2</sup>

Доклад посвящен оценкам точности аппроксимации распределений сумм целочисленных локально зависимых случайных величин распределениями специального вида. Под локальной зависимостью понимается следующее свойство распределений последовательности случайных величин.

Пусть  $\mathbb{J} \subset \mathbb{N}$ ,  $\{X_i, \in \mathbb{J}\}$  последовательность случайных величин, принимающих значения в  $\mathbb{N}$ . Для заданного множества  $\mathbb{A} \subset \mathbb{J}$  через  $X_{\mathbb{A}}$  обозначим

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра математической статистики, e-mail: vulyanov@cs.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Чжецзянский университет, Китай, e-mail:

совокупность случайных величин  $\{X_i, i \in \mathbb{A}\}$ , через  $X_{\mathbb{A}}^* = \sum_{i \in \mathbb{A}} X_i$ ,  $\mathbb{A}^c$  обозначим дополнение к множеству A. Совокупность случайных величин  $\{X_i, i \in \mathbb{J}\}$  является локально зависимой структурой, если для любого  $i \in \mathbb{J}$  существуют множества  $\mathbb{A}_i, \mathbb{B}_i, \mathbb{C}_i$  такие, что  $i \in \mathbb{A}_i \subset \mathbb{B}_i \subset \mathbb{C}_i$  и  $X_i$  не зависит от  $X_{\mathbb{A}_i^c}$ , в свою очередь,  $X_{\mathbb{A}_i}$  не зависит от  $X_{\mathbb{B}_i^c}$ , а  $X_{\mathbb{B}_i}$  не зависит от  $X_{\mathbb{C}_i^c}$ .

В докладе рассматриваются оценки точности аппроксимации распределения суммы локально зависимых величин  $W = \sum_{i \in \mathbb{J}} X_i$  сопровождающими распределениями. Выбор сопровождающего распределения определяется выполнением неравенства  $\mathbb{E}W > VarW$  или  $\mathbb{E}W < VarW$ . В первом случае это свертка биномиального закона и распределения Пуассона  $Bi(n,p)*\Pi(\lambda)$ , во втором случае - свертка отрицательно биномиального закона NB(r,p) и распределения Пуассона. Для биномиального закона  $\mathbb{E}Bi(n,p) \geqslant Var(Bi(n,p)$  а для Пуаасона  $\mathbb{E}\Pi(\lambda) = Var(\Pi(\lambda))$ . Для отрицательно биномиального закона верно неравенство  $\mathbb{E}NB(r,p) \leqslant Var(NB(r,p))$ . Параметры сопровождающего распределения выбираются из условия  $\mathbb{E}W = \mathbb{E}Bi(n,p) + \mathbb{E}\Pi(\lambda)$  и  $Var(W) = Var(Bi(np)) + Var(\Pi(\lambda))$  в первом случае и  $\mathbb{E}W = \mathbb{E}NB(r,p) + \mathbb{E}\Pi(\lambda)$  и  $Var(W) = Var(NB(r,p)) + Var(\Pi(\lambda))$  в ов втором случае.

Основной результат заключается в оценке расстояния полной вариации между сопровождающим рапсределением и рапределением суммы W в терминах параметров  $n, p, \lambda$  и  $\sigma^2 = Var(W)$  либо  $r, p, \lambda$  и  $\sigma^2$ . Рассмотрены также применения основного результата к задаче появления серии из  $k_1$  нулей и затем появления серии из  $k_2$  единиц в испытаниях Бернулли.Полученная оценка имеет оптимальный порядок зависимости от числа наблюдений. Затем в докладе дан аналогичный результат для серии из  $k_1$  единиц. Опираясь на результат Бобкова и Ульянова, доказан аналог ЦПТ для функции распределения величины W с использованием первой поправки Чебышева—Эджворта.

Точные формулировки и доказательства см. в [1, 2].

- [1] Бобков С. Г., Ульянов В. В. Поправка Чебышёва—Эджворта в центральной предельной теореме для целочисленных независимых слагаемых // Теория вероятностей и ее применения. 2022 Т. 66, № 4, С. 676–692.
- [2] Zhonggen Su, Vladimir V. Ulyanov, Xiaolin Wang Approximation of Sums of Locally Dependent Random Variables via Perturbation of Stein Operator // arXiv:2209.09770.

#### ОБ ОДНОЙ ХАРАКТЕРИЗАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАРШАЛЛА-ОЛКИНА

#### Хохлов Юрий Степанович, Торбин Николай Владимирович

Кафедра математической статистики, e-mail: yskhokhlov@yandex.ru, torbin89@gmail.com

В нашем докладе рассматривается задача о характеризации многомерного аналога показательного распределения, а именно распределения Маршалла-Олкина. Одномерный вариант такой характеризации рассматривался ранее другими авторами (см., например, [1]).

Пусть мы имеем случайный вектор  $\vec{\varepsilon}$ , который имеет многомерное распределение Бернулли с параметрами  $\mathcal{P}=(p_i,i\in I)$ , где I есть множество векторов  $i=(i_1,\ldots,i_d)$ , каждая компонента которых равна 0 или 1, причем  $p_i=P(\vec{\varepsilon}=i)$ . Далее мы рассматриваем специальный случай, для которого  $p_i=\lambda_i\cdot p, i\neq 0,\ p_0=1-p$ , где  $\lambda_i\geqslant 0,\ \sum_{i,\neq 0}\lambda_i=1,\ 0< p<1$ . Обозначим

$$r_k = \sum_{i:i_k=1} p_i = p \cdot \sum_{i:i_k=1} \lambda_i = p \cdot \gamma_k , \ k = 1, \dots, d.$$

Далее  $\vec{1}=(1,\ldots,1),\ \vec{r}=(r_1,\ldots,r_d).$  Пусть  $\vec{Y_0},\vec{X_1},\vec{Y_1}$  есть независимые одинаково распределенные случайные векторы в  $R^d,\vec{\varepsilon}-$  случайный вектор в  $R^d$  с многомерным распределением Бернулли с параметрами  $\mathcal P$  и все эти векторы независимы между собой.

#### Теорема 1. . Соотношение

$$\vec{Y}_0 \stackrel{d}{=} (\vec{1} - \vec{r}) \circ \vec{X}_1 + \vec{\varepsilon} \circ \vec{Y}_1, \tag{1}$$

имеет место тогда и только тогда, когда распределение вектора  $\vec{Y}_0$  является распределением Маршалла-Олкина.

Здесь знак ∘ обозначает операции покомпонентного умножения векторов.

Это исследование было проведено в соответствии с научной программой Московского центра фундаментальной и прикладной математики и факультета вычислительной математики и кибернетики Московского госуниверситета имени М. В. Ломоносова.

#### Список литературы

[1] Lev B. Klebanov. Some more Results on Characterization of the Exponential and Related Distributions. Stats 6 (2023), P. 740-746.

#### О ЗАВИСИМОСТИ МНОЖЕСТВА УПРАВЛЯЕМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРОВ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Гончарова Марина Николаевна<sup>1</sup>, Самсонов Сергей Петрович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, e-mail: m.gonchar@grsu.by

Аналитическе задание множества управляемости позволяет проводить более качественый анализ задачи оптимального управления с любым критерием качества. Задачи с фазовыми ограничениями представляют собой более сложную структуру, чем задачи без фазовых ограничений. Поэтому построение множества управляемости является актуальным. В работе [1] построено множество управляемости для системы второго порядка с нулевыми собственными значениями и горизонтальным фазовым ограничением. В данной работе рассматривается управляемый объект, поведение которого описывается линейной системой дифференциальных уравнений второго порядка, матрица коэффициентов при фазовых переменных которой имеет действительные собственные значения разных знаков. Область управления определяется четырехугольником со сторонами, не параллельными осям координат и модержащим начало координат в качестве внутренней точки. Фазовое ограничение определяется наклонной прямой.

Используя представление опорной функции множества управляемости [2], строится множество управляемости в начало координат без учета фазового ограничения. Далее, на основе анализа построенного множества определяется момент времени, когда фазовое ограничение становится существенным и определяется точка касания границы множества управляемости и границы множества, определяющего фазовое ограничение. Показано, что при определенной комбинации значений параметров задачи момент времени, когда фазовое ограничение становится существенным, определяется как единственное решение трансцендентного уравнения.

- [1] Гончарова М. Н., Самсонов С. П. Построение множества управляемости для одной системы второго порядка с фазовым ограничением // Вестн. Моск. Ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2023. № 2. С. 5–11.
- [2] Киселев Ю. Н., Аввакумов С. Н., Орлов М. В. Оптимальное управление. Линейная теория и приложения. М.: МАКС Пресс, 2007.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Кафедра оптимального управления, e-mail: samsonov@cs.msu.ru

### ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР

#### Григоренко Николай Леонтьевич

Кафедра Оптимального управления, e-mail: grigor@cs.msu.ru

Для линейных дифференциальных игр двух игроков при геометрических ограничениях на управления и терминальным множеством в виде выпуклого компакта рассмаиривется задача сближения в постановке Л.С.Понтрягина [1-4]. В терминах параметров игры сформулировано определение инерционности управления каждого из игроков. Для трех вариантов соотношений инерционности приводятся конструкции управления первого игрока в классе позиционных контруправлений [5], гарантирующего окончание игры из данной начальной позиции за конечное время. Получены соотношения для нахождения гарантированного времени окончания игры для параметров управляемой системы и начального положения. Проведены результаты расчетов модельных примеров задач сближения для различных вариантах инерционности игроков. Для задачи сближения в линейной дифференциальной игре, в классе позиционных управлений с поводырем первого игрока, в постановке Н.Н.Красовского [5-7], предложена схема построения позиционного управления первого игрока, опирающаяся на решение задачи сближения для поводыря при позиционном контуправлении. Приведены оценки ресурса первого игорока достаточного для окончания игры сближения.

- [1] Понтрягин Л. С. К теории дифференциальных игр // Успехи мат. наук. 1966. Т. 21, вып. 4. С. 219–274.
- [2] Понтрягин Л. С., Мищенко Е. Ф. Линейные дифференциальные игры // Докл. АН СССР. 1967. Т. 174, № 1. С. 27–29.
- [3] Понтрягин Л. С. Линейные дифференциальные игры преследования // Мат. сб. Новая серия. 1980. Т. 112, вып. 3. С. 307–330.
- [4] Никольский М. С. Первый прямой метод Л.С.Понтрягина в дифференциальных играх: учеб. пособ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. 65 с.
- [5] Красовский Н.Н. Управление динамической системой. М.: Наука, 1985.520 с.
- [6] Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.456 с.
- [7] Субботин А.И. Ченцов А.Г. Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981.287 с.

### МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ МОНОГРАФИИ «ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ. КРАТКИЙ КУРС»

Киселёв Юрий Николаевич, Орлов Михаил Владимирович, Аввакумов Сергей Николаевич, Орлов Сергей Михайлович

Кафедра оптимального управления, e-mail: kiselev@cs.msu.su, orlov@cs.msu.su, asn@cs.msu.su, sergey.orlov@cs.msu.su

В рассматриваемой монографии учитывается многолетний опыт чтения лекций по курсу «Оптимальное управление» для студентов третьего курса факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова. Основное внимание уделено простоте изложения без ущерба математической строгости доказательств. В книге подробнейшим образом исследована линейная задача быстродействия. Для обоснования основного результата — принципа максимума Понтрягина — в линейном случае используется аппарат опорных функций, что позволило упростить ряд доказательств и формулировку необходимого условия оптимальности. Большое внимание в монографии уделено численным методам решения линейной задачи быстродействия, что позволяет использовать книгу при разработке новых численных методов и проведения научных исследований. Впервые в книгу включены главы с доказательством принципа максимума в нелинейном случае, полным обоснованием метода динамического программирования для задачи быстродействия и доказательством теоремы о достаточных условиях оптимальности в форме конструкций принципа максимума Понтрягина. Разобранные примеры демонстрируют основные моменты теории оптимального управления: релейность оптимального управления в линейном случае, наличие особых режимов в нелинейных задачах оптимального управления, нестандартные подходы к решению задач на бесконечном горизонте и обоснованию оптимальности. Подробные рисунки и графики наглядно демонстрируют некоторые особенности аналитических построений, что улучшает усвоение теоретического материала.

Первые лекции по курсу «Оптимальное управление» на факультете ВМК МГУ разработаны и внедрены в учебный процесс преподавателями кафедры оптимального управления факультета ВМК: Асеев Сергей Миронович, Благодатских Виктор Иванович, Киселёв Юрий Николаевич. При написании главы, посвящённой нелинейной теории оптимального управления, использовался первоначальный конспект лекций, написанный С. М. Асеевым.

#### Список литературы

[1] Киселёв Ю. Н., Аввакумов С. Н., Орлов М. В., Орлов С. М. Оптимальное управление. Краткий курс. Учебное пособие. – М.: Издательский отдел факультета ВМК МГУ им. М.В.Ломоносова. МАКС-Пресс. 2023. – 336 с.

Хайлов Е. Н. 145

# Линейные управляемые объекты с интегральными ограничениями на управления

#### Никольский Михаил Сергеевич

Кафедра оптимального управления; Математический ин-т им. В. А. Стеклова РАН, e-mail: mni@mi-ras.ru

В теории линейных управляемых объектов, в частности, рассматриваются интегральные ограничения на допустимые управления объекта (см., например, [1-3]). В докладе рассматривается задача оптимального быстродействия при интегральных ограничениях на управления с одноточечным терминальным множеством, состоящим из нулевой точки.

Получены достаточные условия (см. [3]), при которых время оптимального быстродействия, как функция начального состояния управляемой системы, непрерывна. При доказательстве полученных результатов используется аппарат опорных функций из выпуклого анализа (см. [4]).

#### Список литературы

- [1] Красовский Н.Н. Теория управления движением. Линейные системы. М.: Наука, 1968, 476 с.
- [2] Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972, 576 с.
- [3] Никольский М.С. О непрерывности времени оптимального быстродействия как функции начального состояния для линейных управляемых объектов с интегральными ограничениями на управления // Труды ИММ УрО РАН. 2024 (в печати)
- [4] Благодатских В.И. Введение в оптимальное управление. Линейная теория. М.: Высшая школа. 2001, 239 с.

### Билинейная управляемая модель в адаптивной терапии ракового заболевания

#### Хайлов Евгений Николаевич

Кафедра оптимального управления, e-mail: khailov@cs.msu.su

Большинство пациентов, у которых был диагностирован рак предстательной железы, излечиваются хирургическим путем или лучевой терапией. Тем не менее, для пациентов, у которых уже начался процесс метастазирования или развивается рецидив после местной терапии, обычно необходима дополнительная гормональная терапия, направленная на системное лечение.

В докладе рассматривается взаимодействие между популяцией андрогензависимых раковых клеток и двумя популяциями андроген-независимых раковых клеток как во время проведения гормональной терапии, так и в ее отсутствие, при раке предстательной железы. Это взаимодействие моделируется с

146 Шатков C. A.

помощью соответствующих линейных систем дифференциальных уравнений. Рассматривая адаптивную терапию, как один из эффективных способов лечения этого заболевания, которая продлевает терапевтическое преимущество в чувствительности заболевания к фармакологическому вмешательству и, тем самым, улучшает качество жизни пациента, такие линейные системы уравнений объединяются в билинейную управляемую систему благодаря введению управляющей функции. Эта управляющая функция принимает два различных значения: одно значение определяет взаимодействие между рассматриваемыми популяциями раковых клеток во время проведения гормональной терапии, а другое описывает состояние этих популяций в ее отсутствие. В качестве целевой функции, которая подлежит минимизации, выступает уровень простатического специфического антигена (PSA) в конечный момент заданного общего периода лечения рака предстательной железы.

Решение поставленной задачи минимизации осуществляется путем перебора точек множества достижимости, отвечающего билинейной управляемой системе, в соответствии с значениями, принимаемыми целевой функцией. Для этого, сначала находится равномерная оценка числа переключений кусочнопостоянных управлений, соответствующих точкам такого множества. После чего, формируется общий вид управлений с заданным числом переключений, которые отвечают границе и внутренности множества достижимости. Это позволяет заменить исходную задачу оптимального управления задачей конечномерной нелинейной оптимизации. Такая задача решается численно в среде МАРLE. В докладе приводятся и обсуждаются результаты соответствующих численных расчетов для различных значений параметров и начальных условий билинейной управляемой системы.

## Построение наблюдателей состояния в ограниченной задаче трех тел

#### Шатков Сергей Андреевич

Кафедра оптимального управления, e-mail: ShatkovSA@gmail.com

Для системы тел «Солнце—Земля» наибольший интерес для размещения исследовательских космических аппаратов (КА) представляют точки либрации L1 и L2, расположенные относительно близко к Земле на линии, соединяющей притягивающие тела. В окрестности данных точек существуют семейства гало-орбит, вдоль которых КА может двигаться продолжительное время. Так как данные точки либрации являются неустойчивыми положениями равновесия, для продления времени нахождения в их окрестности КА используются маневры коррекции.

Для описания движения вблизи точек либрации выбрана управляемая динамическая модель движения центра масс КА во вращающейся системе ко-

Васильев Ю. А.

ординат под действием притяжения Солнца и Земли, неподвижных в данной системе координат. Масса КА пренебрежимо мала и не оказывает влияния на притягивающие тела.

Рассмотрена задача аналитического построения компонент вектора тяги в форме обратной связи от векторов положения и скорости КА, обеспечивающих его асимптотическое движение к целевой траектории и последующее движение вдоль нее. Целевая траектория представляет собой гало-орбиту третьего порядка вокруг точки либрации L1, полученную с помощью метода Линштедта—Пуанкаре в [1]. Для аналитического конструирования соответствующих управлений использован синергетический подход из [2]. Построенные управления вектором тяги в форме обратной связи позволяют осуществить перелет при наличии ошибок при выведении КА в космическое пространство.

Выполнено построение асимптотических наблюдателей состояния для вектора скорости в соответствии с методом в [3]. Их использование позволяет осуществлять перевод КА на целевую траекторию и удержание в ее окрестности в случае отсутствия информации о векторе скорости. Проведено моделирование перелета в окрестность гало-орбиты системы «Солнце—Земля» при помощи математического пакета Maple. Величина тяги, требуемая для поддержания КА в окрестности целевой траектории, оказалась на порядок меньше величин внешних сил, действующих на него. Полученные законы управления тягой могут быть использованы при построении опорной траектории движения КА с двигателем «малой» тяги.

#### Список литературы

- [1] Richardson D. L. Analytical construction of periodic orbits about the collinear points of the Sun—Earth system // Celestial Mechanics. 1980. V. 22. P. 241–253.
- [2] Колесников А. А. Новые нелинейные методы управления полетом. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2013. 196 с.
- [3] Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2019. 240 с.

# Обзор ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ БИБЛИОТЕКИ SURVIVORS ДЛЯ АНАЛИЗА ВЫЖИВАЕМОСТИ В РУТНОМ

Васильев Юлий Алексеевич

Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: iuliivasilev@gmail.com

Событийные данные часто используются для решения прикладных задач актуарной математики, медицины, биоинженерии и анализа технологических процессов. Особенностью задачи прогнозирования событий является наличие

Васильев Ю. А.

цензурированных данных, для которых истинное время наступления события неизвестно из-за ограниченности времени исследования или потери наблюдения. Классические методы машинного обучения (классификации и регрессии) основаны на прогнозировании точечной оценки — вероятности или времени наступления события. Методы анализа выживаемости позволяют описать изменение вероятности события во времени на основе функций выживания и риска [1].

Существующие реализации [2,3] моделей анализа выживаемости работают только с заполненными данными и непрерывными признаками и требуют дополнительной предобработки данных. Также, открытые реализации имеют ограниченную применимость к реальным данным. Дискретные модели используют фиксированную временную шкалу, статистические модели основаны на строгих предположениях, а древовидные модели используют log-rank критерий с малой чувствительностью к данным с непостоянным риском возникновения события.

Разработанная библиотека анализа выживаемости *survivors* позволяет решать задачи анализа выживаемости, строить индивидуальные прогнозы функции выживания и риска, исследовать зависимости в данных, оценивать качество прогнозов и проводить экспериментальные исследования. Открытый программный код *survivors* доступен на платформе GitHub: https://github.com/iuliivasilev/dev-survivors.

Библиотека содержит предложенные ранее методы построения древовидных моделей с повышенной чувствительностью [4]. Модель дерева выживания CRAID применима к категориальным признакам и пропущенным значениям и использует взвешенный критерий log-rank для поиска лучшего разбиения выборки. Бутстреп ансамбль BootstrapCRAID основан на построении множества независимых деревьев выживания на бутстреп подвыборках и повышает качество прогнозирования базовых моделей. Алгоритмы построения деревьев выживаемости используют векторизацию и параллелизацию для ускорения вычислений.

По результатам экспериментального исследования на реальных медицинских данных SUPPORT2 [5] и SMARTO [6], предложенные модели библиотеки *survivors* превосходят существующие реализации как по качеству прогнозирования, так и по скорости работы. На наборе SUPPORT2 достигаются значения 0.807 по метрике CI, 0.098 по IBS, 0.898 по IAUC и 0.631 по AUPRC. На наборе SMARTO достигаются значения 0.732 по метрике CI, 0.141 по IBS, 0.601 по IAUC и 0.665 по AUPRC.

#### Список литературы

[1] Wang P., Li Y., Reddy C. K. Machine learning for survival analysis: A survey //ACM Computing Surveys (CSUR). 2019. T. 51, №. 6. P. 1–36.

- [2] Pölsterl S. scikit-survival: A Library for Time-to-Event Analysis Built on Top of scikit-learn //The Journal of Machine Learning Research. 2020. T. 21, №. 1. P. 8747–8752.
- [3] Davidson-Pilon C. lifelines: survival analysis in Python //Journal of Open Source Software. 2019. T. 4, №. 40. P. 1317.
- [4] Vasilev I., Petrovskiy M., Mashechkin I. V. Survival Analysis Algorithms based on Decision Trees with Weighted Log-rank Criteria //ICPRAM. 2022. P. 132-140.
- [5] Knaus W. A. et al. The SUPPORT prognostic model: Objective estimates of survival for seriously ill hospitalized adults //Annals of internal medicine. 1995. T. 122, № 3. P. 191-203.
- [6] Simons P. C. G. et al. Second manifestations of ARTerial disease (SMART) study: rationale and design //European journal of epidemiology. 1999. T. 15, P. 773-781.

# МЕТОДЫ СТАТИЧЕСКОЙ АУТЕНТИФИКАЦИИ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ ПО ДАННЫМ ДАТЧИКОВ ДВИЖЕНИЯ МОБИЛЬНОГО УСТРОЙСТВА

Казачук Мария Андреевна, Чикин Олег Павлович

Кафедра Интеллектуальных информационных технологий, e-mail: mkazachuk@cs.msu.ru, chikin.oleg@gmail.com

В современном мире с учетом ощутимого роста популярности мобильных устройств критически важными становятся вопросы, связанные с обеспечением безопасности хранимой в них информации. При этом одним из основных инструментов обеспечения безопасности является процедура аутентификации. Данная работа посвящена исследованию и разработке алгоритмов статической аутентификации пользователей по жесту, проделанному с мобильным устройством в руке. При этом анализируются показания датчиков движения – акселерометра и гироскопа. Особенностью задачи является высокая зашумленность анализируемых данных, представляющих собой временные ряды – проекции кажущегося ускорения и угловой скорости по трем осям. Для решения проблемы зашумленности, в работе предлагается схема многошаговой фильтрации данных (применение фильтра Баттерворта, медианного фильтра, вейвлет-преобразования, кубического сглаживающего сплайна). Для построения модели пользователя в работе предлагаются два алгоритма: алгоритм на основе комбинации собственного подхода к построению признакового пространства и нечеткого метода поиска исключений на основе потенциальных функций (Fuzzy), а также алгоритм на основе комбинации беспризнакового распознавания с использованием алгоритма DTW и метода Fuzzy. Ввиду

отсутствия открытого набора данных для проведения исследований, реализован программный прототип кроссплатформенной системы аутентификации пользователей на основе жеста, проделываемого с мобильным устройством в руке, позволивший собрать необходимый набор данных и протестировать на нем разработанные алгоритмы. По результатам проведенной серии экспериментов, предложенные алгоритмы превзошли по качеству работы существующие [1,2,3,4], достигнув среднего значения метрики ROC AUC, равного 0.99, и могут активно применяться на практике.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Некоммерческого Фонда развития науки и образования «Интеллект».

#### Список литературы

- [1] Yanna W. Research on time-frequency feature fusion method based on dynamic gesture identity authentication // IEEE 4th Advanced information management, communicates, electronic and automation control conference (IMCEC). 2021. T. 4, C. 523–527.
- [2] Huang E., Troia F. D., Stamp M. Evaluating deep learning models and adversarial attacks on accelerometer-based gesture authentication // Artificial intelligence for cybersecurity. Cham: Springer international publishing. 2022. C. 243–259.
- [3] Waving gesture analysis for user authentication in the mobile environment / C. Shen, Z. Wang, C. Si, Y. Chen, X. Su // IEEE Network. 2020. T. 34, № 2. C. 57–63.
- [4] uWave: Accelerometer-based personalized gesture recognition and its applications / J. Liu, L. Zhong, J. Wickramasuriya, V. Vasudevan // Pervasive and Mobile Computing. 2009. T. 5, № 6. C. 657–675.

# СЕТИ ГЛУБОКОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ВИРТУАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

#### Машечкин Игорь Валерьевич, Петровский Михаил Игоревич, Лазухин Иван Сергеевич

Kaфедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: mash@cs.msu.ru, michael@cs.msu.su, ivanlazuhin@mail.ru

**Актуальность.** В настоящее время в связи с развитием систем автоматического и автоматизированного управления предприятия накапливают большие объемы данных о состоянии технологических процессов. Множества физических датчиков фиксируют состояние системы в каждый момент времени, тем самым отвечая за управление системой и поддержку ее параметров в допустимых пределах.

Одновременно с этим, значительную часть качественных характеристик таких процессов, в особенности, связанных с нефтехимической промышленностью, составляют лабораторные исследования. Такие исследования проводятся с нерегулярной частотой — существующие на практике средства их интерполяции основываны на линейных или же кусочно—постоянных интерпретациях. Математические модели, обобщающие лабораторные исследования на частоту, соответствующую физическим датчикам будем называть виртуальными датчиками.

**Данные.** В данной работе исследуется набор данных, соответствующий нефтеперерабатывающей установке, содержащий около 10,000 показаний 300 физических датчиков, собираемых с частотой 1 час, однако соответствующие лабораторные исследования составляют набор всего в 300 показаний, собираемых с частотой около суток.

**Результаты.** Авторами были предложены несколько подходов, объединяющих задачу прогноза и заполнения пропусков для моделирования лабораторных исследований. Были рассмотрены методы отбора признаков на основе PLS регрессии (иерархическая кластеризация), градиентного бустинга, деревьев Байеса, графовой нейронной сети StemGNN [1], а так же базовые методы в виде Lasso и корреляций. Каждый из предложенных методов отбора был адаптирован для возможности учитывать экспертное мнение специалистов области.

Были предложены методы прогнозирования лабораторных исследований на основе графовых нейросетей [1], генеративных подходов [2], полносвязных и рекурентных сетей, рассмотрены интерполяции отклика с использованием Loess и сплайнов, а так же вариант регуляризации, учитывающей корреляцию с откликом [3]. Полученные авторами экспериментальные результаты обосновывают использование для данной задачи простых рекурентных сетей, графовых нейросетей с предварительной интерполяцией, а так же отбора признаков на основе деревьев Баейса.

- [1] Cao D. et al. Spectral temporal graph neural network for multivariate time-series forecasting //Advances in neural information processing systems. 2020. T. 33. C. 17766-17778.
- [2] He Y. L. et al. A novel virtual sample generation method based on a modified conditional Wasserstein GAN to address the small sample size problem in soft sensing //Journal of Process Control. 2022. T. 113. C. 18-28.
- [3] Ou C. et al. Quality-driven regularization for deep learning networks and its application to industrial soft sensors //IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems. 2022.

### Адаптация нейросетевых предсказаний к условиям реального мира в задаче оптимизации маршрутов

#### Мещеряков Александр Валерьевич<sup>1</sup>, Сорока Андрей Геннадьевич<sup>2</sup>

- <sup>1</sup> Кафедра интеллектуальных информационных технологий; Институт космических исследований РАН, e-mail: mesch@cosmos.ru
- <sup>2</sup> Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: andrew.soroka@student.msu.ru

Задача оптимизации маршрутов (VRP — Vehicle Routing Problem) представляет класс задач комбинаторной оптимизации. VRP находит широкое применение в логистике: распределение товаров по магазинам, доставка еды, маршрутизация в интернет сети и др. Классические методы решения VRP включают метаэвристические алгоритмы (LKH, HGS, OR-Tools), а также точные методы [1]. В последнее время популярность приобретают нейросетевые подходы, основанные на алгоритмах внимания. Они позволяют получить быстрое решение, превосходящее классические подходы, но страдают при изменении распределения данных у обучающей и тестовой выборок [2][3] и при этом требуют внушительного времени на обучение [3].

В данной работе предложен подход к адаптации предсказаний нейросетевого решателя (JAMPR+, описанный в [3]). Эксперименты проводились на искусственных данных из распределения Соломона [3] (обучающий, неограниченный набор) и реальных данных из набора ORTEC [4] (набор для теста и дообучения). При изменении распределений данных, дообучение производится не над всей сетью, а только над масками, отвечающими за поддержку ограничений. Таким образом процесс адаптации сети к новым данным сокращается с нескольких дней до минут, сохраняя при этом качество предсказания: до 15 % лучший результат в первые секунды оптимизации по сравнению с классическими методами.

- [1] Gutin G, Punnen A. P. (ed.). The traveling salesman problem and its variations. // Springer Science & Business Media, 2006.
- [2] Falkner J. K., Schmidt-Thieme L. Learning to solve vehicle routing problems with time windows through joint attention // arXiv preprint arXiv:2006.09100. 2020.
- [3] Soroka A. G., Meshcheryakov A. V. Solving large-scale routing optimization problems with networks and only networks //Doklady Mathematics. Moscow: Pleiades Publishing, 2024. C. 1-6.
- [4] Kool W. et al. The EURO meets NeurIPS 2022 vehicle routing competition //NeurIPS 2022 Competition Track. PMLR, 2022. C. 35-49.

# CosMatch: инструмент для отождествления и поиска астрономических объектов с использованием машинного обучения

Мещеряков Александр Валерьевич<sup>1</sup>, Тэаро Кирилл Алексеевич<sup>2</sup>

Научные исследования в области астрофизики сегодня стоят перед важной задачей поиска небесных объектов различных классов в больших массивах астрономических данных. Ключевым моментом анализа является получение максимально полной информации об объектах, широкого признакового пространства. Признаки астрономических объектов содержатся в каталогах, полученных в разных спектральных диапазонов, содержащих миллиарды источников. Задача объединения информации из нескольких каталогов в один общий, содержащий полную информацию об источнике, трудна по многим причинам [1], в том числе, из-за различий в точности локализации источников в разных диапазонах и высокой плотности объектов в Млечном Пути. Целью работы было создание програмного инструмента, способного решать задачу объединения информации об объектах в больших астрономических каталогах.

Нами был разработан пакет CosMatch на языке Python, который способен использовать при отождествлении астрономических источников, как фотометрические признаки объектов (их потоки и цвета) из разных каталогов, так и пространственную информацию о положении объекта на небе, при помощи методов машинного обучения. CosMatch также может быть использован для поиска в данных объектов редких классов и содержит для этого специальные модели снижения размерности пространства признаков и кластеризации.

В качестве эксперимента, CosMatch был использован для поиска кандидатов в HMXB (массивные рентгеновские двойные системы) в нашей Галактике. Было выполнено кросс-отождествление каталогов из оптического, ИК и рентгеновских диапазонов: Gaia, Pan-STARRS1, 4XMM, 2MASS, и IPHAS. Для уменьшения размерности признакового пространства использовался алгоритм t-SNE. На отобранных признаках получилось выделить 5 кластеров с кандидатами в объекты класса HMXB. Качество ранжирования HMXB и объектов других классов оценивалось по метрике ROC\_AUC и превышает 0.9.

Пакет CosMatch для отождествления астрономических каталогов и поиска астрономических объектов редких классов позволяет углубленно анализировать большие массивы астрономических данных.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра интеллектуальных информационных технологий; Институт космических исследований РАН, e-mail: mesch@cosmos.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: iit@cs.msu.ru

#### Список литературы

[1] Finding counterparts for All-sky X-ray surveys with Nway: a Bayesian algorithm for cross-matching multiple catalogues // Salvato, M., Buchner, J., Budavári, T., et al. 2018, MNRAS, 473, 4937

# Построение виртуальных анализаторов для производственных процессов на основе генеративных нейронных сетей

Петровский Михаил Игоревич, Лазухин Иван Сергеевич, Гриненко Анна Андреевна

Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: grinenko.aa@mail.ru, michael@cs.msu.su, ivanlazuhin@mail.ru

Современные технологические процессы требуют автоматизации контроля и управления. В работе рассматриваются данные с производственного комплекса нефтепереработки, с которого с фиксированными периодом снимаются показания физических датчиков. Виртуальные анализаторы (Soft Sensors) - математические модели лабораторных показателей, которые позволяют улучшить процесс оценки качества продукта и снизить зависимость от затратных по времени или ресурсам лабораторных исследований.

Основным объектом исследования является набор данных с реальной технологической установки, включающий ежеминутные показания полусотни датчиков за четыре года (более 2 млн записей) и 4 лабораторые переменные (количество варьируется от 800 до 1200 записей для каждой переменной).

В условиях разреженности данных поставлена задача прогнозирования лабораторных показателей на основе физических исторических изменений. В качестве основной модели прогнозирования были выбраны рекуррентные нейронные сети (в частности, LSTM).

Для решения проблемы маленького объема данных используются генеративно-состязательные сети (Generative Adversarial Network) [1], позволяющие аугментировать набор данных. Также исследуются модификации архитектуры rCWGAN (Conditional Wasserstein Generative Adversarial Networks with regressor) [2]. В отличие от классической генеративно-состязательной модели, генератору и дискриминатору подается на вход условия – истинные значения лабораторных переменных или результаты регрессора. Обучение всех трех компонент происходит параллельно.

Использование условных генеративно-состязательных сетей rCGAN для построения виртуальных анализаторов демонстрируют повышение точности и устойчивости прогнозирования относительного базового подхода на основе LSTM для трех целевых переменных.

#### Список литературы

- [1] Jansen S. Machine Learning for Algorithmic Trading: Predictive models to extract signals from market and alternative data for systematic trading strategies with Python. Packt Publishing Ltd, 2020, c. 649-678
- [2] Y. L. et al. A novel virtual sample generation method based on a modified conditional Wasserstein GAN to address the small sample size problem in soft sensing //Journal of Process Control. 2022. T. 113. C. 18-28.

## ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА ГЕНЕРАТИВНО-СОСТЯЗАТЕЛЬНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ

## Филимонова Ирина Олеговна, Васильев Юлий Алексеевич, Петровский Михаил Игоревич

Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: s02200574@gse.cs.msu.ru, iuliivasilev@gmail.com, michael@cs.msu.ru

Методы анализа надежности позволяют прогнозировать время службы оборудования, оценивать риски в реальном времени для предупреждения отказа системы, оптимизировать нагрузку и износ оборудования путем статистического сравнения моделей с различными характеристиками по их влиянию на срок службы. Для оценки вероятности отказа во времени, задача сводится к прогнозированию функции выживания [1].

В работе рассматривается задача анализа надежности жестких дисков хранилища Backblaze [2]. Текущее состояние устройства описывается на основе параметров S.M.A.R.T. (Self-Monitoring, Analysis and Reporting Technology). Параметры позволяют получить контекст отказа оборудования только после наступления события, а ожидаемое время отказа скрыто производителем. Из-за изменений стандартов технологии S.M.A.R.T., были собраны и подготовлены три набора данных: BLZ16\_18 (данные с 2016 по 2018 год), BLZ18\_21 (с 2018 по 2021 год) и BLZ21\_23 (с 2021 по 2023 год).

Существующие модели прогнозирования обладают рядом недостатков. Непараметрические оценки не зависят от ковариат и не позволяют строить индивидуальный прогноз для каждого наблюдения, а параметрические методы требуют строгих предположений, которые зачастую не выполняются на практике. Современные нейросетевые подходы непрерывного времени [3, 4] повышают качество параметрических моделей, но наследуют строгие предположения. Нейронные сети дискретного времени прогнозируют вероятность выживания только на фиксированной временной шкале [5].

В данной работе предлагается использовать генеративно-состязательный подход для непараметрического исследования распределений. При таком под-

ходе происходит условная генерация времен жизни исходя из ковариат наблюдений и нормального или равномерного шума. Затем используется непараметрическая оценка для прогнозирования функции выживания или риска.

Реализованная генеративная модель, была дополнена деревом выживаемости для обогащения признакового пространства и заполнения пропусков.

Были проведены экспериментальные исследования на трех подготовленных наборах данных. По точечной метрике concordance index предложенный метод достиг качества 0.71 на наборе BLZ16\_18, 0.729 на наборе BLZ18\_21, 0.735 на наборе BLZ21\_23. По интегральной метрике AUPRC предложенный метод достиг качества 0.887 на наборе BLZ16\_18, 0.907 на наборе BLZ18\_21, 0.888 на наборе BLZ21\_23.

#### Список литературы

- [1] Wang P., Li Y., Reddy C. K. Machine learning for survival analysis: A survey //ACM Computing Surveys (CSUR). 2019. T. 51. № 6. C. 1-36.
- [2] Backblaze N. Hard Drive Data and Stats. 2019.
- [3] Katzman J. L. et al. DeepSurv: personalized treatment recommender system using a Cox proportional hazards deep neural network //BMC medical research methodology. 2018. T. 18. No. 1. C. 1-12
- [4] Lee C. et al. Deephit: A deep learning approach to survival analysis with competing risks //Proceedings of the AAAI conference on artificial intelligence. 2018. T. 32. №. 1.
- [5] Giunchiglia E., Nemchenko A., van der Schaar M. Rnn-surv: A deep recurrent model for survival analysis //Artificial Neural Networks and Machine Learning–ICANN 2018: 27th International Conference on Artificial Neural Networks, Rhodes, Greece, October 4-7, 2018, Proceedings, Part III 27. Springer International Publishing, 2018. C. 23-32.

# **М**АЛОРАНГОВЫЕ АППРОКСИМАЦИИ В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Валиахметов Булат Ильдарович, Тыртышников Евгений Евгеньевич<sup>1</sup>, Лукьяненко Дмитрий Витальевич, Ягола Анатолий Григорьевич<sup>2</sup>

Обратная задача магнитометрии — одна из важных задач прикладной вычислительной физики. Её решение часто представляет трудность из-за некорректности постановки и высокой вычислительной сложности. В классической

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: valiahmetovbi@my.msu.ru, tee@inm.ras.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Физический факультет МГУ, кафедра математики, e-mail: lukyanenko@physics.msu.ru, yagola@physics.msu.ru

постановке [1] необходимо определить вектор-функцию  ${\pmb M}({\pmb r}), {\pmb r} \in V$ , из уравнения

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \iiint\limits_V \left( \frac{3(\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r}), \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_s)(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_s)}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_s|^5} - \frac{\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r})}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_s|^3} \right) dv = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}_s)$$

по данным экспериментальных измерений компонент вектор-функции  $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}_s)$  триаксиальными сенсорами в точках  $\boldsymbol{r}_s \notin V$ . Последующая дискретизация сводит задачу к необходимости решения системы линейных уравнений

$$Ax = b$$
,

где  $A \in \mathbb{R}^{3M \times 3N}$ , M и N — число сенсоров и элементарных точек восстановления поля.

На первый взгляд, увеличение числа сенсоров может только улучшить восстанавливаемое решение. Однако это может привести к ухудшению её численной обусловленности и увеличению вычислительной сложности. Поэтому вопрос поиска количества и оптимального расположения сенсоров представляет интерес с прикладной точки зрения. Многие подходы к определению наилучшей конфигурации точек наблюдения основываются либо на решении модельных задач и сравнении качества решений [2, 3], что многократно увеличивает время решения задачи, либо на инженерном опыте исследователя.

В нашей работе предлагается алгоритм *априорного* определения информативности заданной конфигурации сенсоров без решения обратной задачи. Он основывается на применении метода мозаично-скелетонной аппроксимации [4] к матрице A линейной системы. Использование малоранговой структуры в ее блоках позволяет оценивать степень влияния сенсоров на компоненты восстанавливаемого поля. Также данный подход существенно ускоряет решение самой обратной задачи за счет быстрых матричных алгоритмов.

Работа Яголы А. Г. и Лукьяненко Д.В. выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект № 23-41-00002). Работа Валиахметова Б.И. выполнена за счёт средств проекта Российского научного фонда 21-71-10072 (https://rscf.ru/project/21-71-10072/).

- [1] Zhdanov M. S. Inverse theory and applications in geophysics. Elsevier, 2015. T. 36. 760 c.
- [2] Chmielewski D./,J., Palmer T., Manousiouthakis V. On the theory of optimal sensor placement //AIChE journal. 2002. T. 48. №. 5. C. 1001–1012.
- [3] Pearson D., Pillai S. U., Lee Y. An algorithm for near-optimal placement of sensor elements //IEEE Transactions on Information Theory. 1990. T. 36. №. 6. C. 1280–1284.
- [4] Tyrtyshnikov E. Mosaic-skeleton approximations //Calcolo. 1996. T. 33. C. 47–57.

## Мозаично-скелетонные аппроксимации для быстрого решения уравнений Смолуховского с полноранговыми ядрами

#### Дьяченко Роман Романович, Валиахметов Булат Ильдарович, Матвеев Сергей Александрович

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: dyachenko.rr@yandex.ru, bulatral337446@gmail.com, matseralex@gmail.com

Неупругие соударения хаотически движущихся и агрегирующих частиц лежат в основе самых разнообразных физических явлений [1]. Эволюция концентраций частиц различных размеров определяется балансом процессов агрегации и фрагментации соударяющихся частиц. В случае однородных систем этот процесс описывается системой уравнений Смолуховского [2]:

$$\frac{dn_s}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{i+j=s} K_{ij} n_i n_j - \sum_{j=1}^{\infty} K_{sj} n_s n_j,$$

где  $n_s$  — концентрация (т. е. количество частиц в единице объема) агрегатов состоящих из s "элементарных" частиц (мономеров).

В работе [3] предложен быстрый численный метод, позволяющий снизить асимптотику алгоритмической сложности шага разностной схемы предиктор-корректор с  $O(M^2)$  до  $O(M\log M)$  арифметических операций, где M — число уравнений в конечной системе дифференциальных уравнений. Этот метод основывается на применении малоранговых матричных аппроксимаций и быстрых алгоритмов линейной алгебры к ядру агрегации  $K_{ij}$ . Однако на практике существует множество ядер, которые не поддаются прямой аппроксимации малым рангом. Например, имеющие в своей записи модуль разности  $K_{ij} = |i-j|$  и некоторые другие [2, 4].

В данной работе мы предлагаем алгоритм для быстрого решения уравнений Смолуховского с ядрами из более широкого класса, чем малоранговые. Применение мозаично-скелетонных аппроксимаций [5] приводит к сложности шага разностной схемы в  $O(M\log^2 M)$  арифметических операций. Это позволяет решать экстремально большие системы ОДУ порядка  $M \equiv 2^{20}$  с широким классом ядер  $K_{ij}$  на персональном компьютере.

Найденные решения согласуются с результатами альтернативного подхода, основанного на Монте—Карло сэмплировании. Преимуществом по сравнению с ним является априорно задаваемая более высокая точность.

- [1] Галкин В.А. Уравнение Смолуховского. М.: Физматлит, 2001
- [2] Leyvraz F. Scaling theory and exactly solved models in the kinetics of irreversible aggregation // Physics Reports. 2003. 383, N 2–3. 95–212

- [3] Matveev S. A., Smirnov A. P., Tyrtyshnikov E. E. A fast numerical method for the Cauchy problem for the Smoluchowski equation //Journal of Computational Physics. 2015. T. 282. C. 23-32.
- [4] Zagidullin R. R. et al. Aggregation kinetics at sedimentation: the impact of particles diffusion //arXiv preprint arXiv:2112.14584. 2021.
- [5] Tyrtyshnikov E. Mosaic-skeleton approximations //Calcolo. 1996. T. 33. C. 47-57.

# Разработка и валидация индекса тяжёлого течения **COVID-19**

## Киселевская-Бабинина Виктория Ярославовна<sup>1</sup>, Санникова Татьяна Евгеньевна<sup>2</sup>

 $^1$  Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: silvaze@yandex.ru

В условиях стационара основной задачей является оценка риска тяжелого течения заболевания в момент госпитализации. В качестве инструмента поддержки принятия решения мы предлагаем использовать индекс, построенный на основе информации о хронических заболеваниях пациента. Дополнительной задачей является валидация готового индекса относительно соответствия его значений степеням тяжести. Цель данной работы — разработать подход для построения и валидации индекса тяжелого течения заболевания на примере COVID-19.

В результате анализа историй болезни 3212 пациентов, госпитализированных с COVID-19 в 2020—2021 годах [1], был составлен список хронических состояний, которые достоверно приводят к более тяжелому течению инфекции, острой легочной недостаточности и необходимости применять искусственную вентиляцию легких. Для определения весов заболеваний были оценены коэффициенты логистической регрессии летального исхода на обучающей выборке и округлены до ближайшего целого. Сумма полученных весов имеющихся у пациента хронических заболеваний составила значение нового индекса. Рассчитаны показатель Бриера, AUROC, чувствительность и специфичность индекса для обучающей и тестовой выборок. Для валидации была использована марковская модель течения COVID-19 из пяти состояний, отражающих тяжесть поражения лёгких [2]. В зависимости от значения индекса пациенты были разделены на три группы, и для каждой группы были оценены параметры марковской модели. Дополнительно аналогичная оценка была проведена для индекса Чарлсон [3], и параметры модели были сравнены между одинаковыми группами пациентов.

Разработанный индекс показал высокую эффективность на тестовой и обучающей выборках. Оценка параметров марковской модели позволила установить,

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Институт вычислительной математики имени Г.И. Марчука РАН, e-mail: te\_san@yahoo.com

Матвеев С. А.

что низкие значения индекса тяжёлого течения COVID-19 соответствуют более продолжительному стабильному состоянию, в то время как высокие значения — быстрому нарастанию поражения лёгких. Таким образом, использование марковской модели позволяет определить то, как индекс распределяет пациентов по сценариям развития дыхательной недостаточности.

Предложенный комбинированный подход к разработке и валидации индекса показал свою эффективность и может быть применён для других заболеваний.

Работа была выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России: грант № 075-15-2022-286.

#### Список литературы

- [1] Использование ресурсов инфекционного коечного фонда в период эпидемии COVID-19 в зависимости от характеристик пациентов / В. Я. Киселевская-Бабинина, К. А. Попугаев, В. А. Молодов, И. В. Киселевская-Бабинина // Журнал им. Н.В. Склифосовского «Неотложная медицинская помощь». 2023. Т. 12, № 3, С. 481–488.
- [2] Киселевская-Бабинина В. Я., Романюха А. А., Санникова Т. Е. Математическая модель течения COVID-19 и прогноз тяжести инфекции // Математическое моделирование. 2023. Т. 35, № 5, С. 31–46
- [3] A new method of classifying prognostic comorbidity in longitudinal studies: Development and validation / M. E. Charlson, P. Pompei, K. L. Ales, C. R. MacKenzie // Journal of Chronic Diseases. 1987. T. 40, № 5, C. 373–383

# Фазовые переходы в уравнениях агрегации с источником мономеров

Матвеев Сергей Александрович

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: matseralex@cs.msu.ru

В данной работе рассматриваются модели необратимого процесса агрегации с постоянным источником частиц. Предполагается, что каждая частица состоит из s единичных блоков (мономеров) и изучаются только их концентрации  $c_s(t)$ , изменяющиеся из-за агрегации сталкивающихся частиц. Такую модель можно записать как формально бесконечную систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dc_s}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{i+j=s} K_{i,j} c_i c_j - c_s \sum_{j=1}^{\infty} K_{s,j} c_j + \delta_{s,1}.$$

В случае коэффициентов, не зависящих от размера, можно изучить стационарные распределения частиц по размерам, соответствующие  $t \to \infty$ . В работе

Осинский А. И. 161

повторно изучен случай постоянных скоростей агрегации [1], и получены стационарные концентрации  $c_s \sim s^{-3/2}$ . Данный результат обобщён для модели с событиями тройного слияния

$$\frac{dc_s}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{i+j=s} K_{i,j} c_i c_j - c_s \sum_{j \ge 1} K_{sj} c_j + \frac{1}{6} \sum_{i+j+k=s} K_{i,j,k} c_i c_j c_k - \frac{c_s}{2} \sum_{i,j \ge 1} K_{s,i,j} c_i c_j + \delta_{s,1}.$$

В отличие от ожидаемых результатов с не зависящими от размера скоростями слияний частиц, агрегация с ядром  $K_{i,j}=ij$  в присутствии источника мономеров проходит через фазовый переход, известный как гелеобразование или золь-гель переход [2]. В данной работе найдено точное время гелеобразования для этой системы и много теоретической информации о решении  $c_s(t)$ . Проведена проверка разработанной теории и обсуждены тонкие детали постановки вычислительных экспериментов. Работа выполнена при поддержке отделения Московского Центра Фундаментальной и Прикладной Математики в ИВМ РАН (соглашение 075-15-2022-286).

#### Список литературы

- [1] Hayakawa H. Irreversible kinetic coagulations in the presence of a source //Journal of Physics A: Mathematical and General. − 1987. − T. 20. − №. 12. − C. L801.
- [2] Lushnikov A. A. Sol-gel transition in a source-enhanced coagulating system //Physical Review E. 2006. T. 74. №. 1. C. 011103.

# ДОСТИЖИМОЕ ЗА ПОЛИНОМИАЛЬНОЕ ВРЕМЯ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ЗАДАЧЕ ПОИСКА ПОДМАТРИЦ МАКСИМАЛЬНОГО ОБЪЕМА

Осинский Александр Игоревич

Сколтех, ИВМ РАН, e-mail: alexander.osinsky@skoltech.ru

Рассмотрим задачу поиска квадратной подматрицы  $\hat{A} \in \mathbb{R}^{r \times r}$  в матрице  $A \in \mathbb{C}^{r \times N}$  наибольшего объема  $\operatorname{vol}\left(\hat{A}\right) = \left|\det\hat{A}\right| \to \max$ . Для ее решения обычно используются поиск подматриц локально максимального объема: известно, что матрица локально максимального объема обладает  $r^{r/2}$ -максимальным объемом, то есть ее объем отличается от максимального не более, чем в  $r^{r/2}$  раз [1]. Однако, как легко показать, того же результата можно достичь с использованием выбора ведущих столбцов (применяемого в QR разложении) или с помощью алгоритма Гаусса с выбором ведущего элемента по строкам.

Осинский А. И.

**Теорема 1.** Алгоритм Гаусса с выбором ведущего элемента по строкам выберет в невырожденной матрице  $A \in \mathbb{C}^{r \times N}$  r столбцов, соответствующих подматрице  $\hat{A} \in \mathbb{R}^{r \times r}$   $r^{r/2}$ -максимального объема.

Можно ли улучшить данный результат? Как показано в [2], существует c>0 для которого невозможно за полиномиальное время гарантированно находить подматрицы  $e^{cr}$ -максимального объема (если  $P\neq NP$ ). С другой стороны, в [3] доказано, что подматрицу  $e^{r/2+o(r)}$ -максимального объема можно найти за полиномиальное время. Тем не менее авторы явно не указывают асимптотику алгоритма или сам алгоритм, а их доказательство является громоздким.

Оказывается, подматрицу  $e^{r/2}$ -максимального объема (без o(r) в экспоненте) возможно построить за полиномиальное время, причем оно линейно по числу столбцов N в матрице A. А именно, верна следующая теорема.

**Теорема 2.** За  $O\left(Nr^2\log\log r + Nr^2\log \varepsilon^{-1}/\varepsilon\right)$  операций в произвольной невырожденной матрице  $A \in \mathbb{C}^{r \times N}$  можно найти подматрицу  $\hat{A} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ , обладающую  $e^{r/2+\varepsilon r}/\left(2\pi r\right)^{1/4}$ -максимальным объемом.

Подматрица строится путем жадного набора порядка  $r/\varepsilon$  столбцов (один и тот же столбец при этом можно использовать несколько раз), поиска подматрицы  $(1+\mathrm{const}\cdot\varepsilon^2)$ -локально максимального объема соответствующего размера, а затем жадного удаления столбцов до r. Все эти операции осуществляются с помощью известных алгоритмов поиска подматриц локально максимального объема [4,5,6], а полная сложность следует из оценок на число шагов используемых алгоритмов.

- [1] How to find a good submatrix / S. A. Goreinov, I. V. Oseledets, D. V. Savostyanov, E. E. Tyrtyshnikov, N. L. Zamarashkin // Matrix Methods: Theory, Algorithms, Applications. 2010. P. 247–256.
- [2] Çivril A., Magdon-Ismail M. Exponential Inapproximability of Selecting a Maximum Volume Sub-Matrix // Algorithmica. 2013. Vol. 65, Iss. 1. P. 159—176.
- [3] Combinatorial Algorithms for Optimal Design / V. Madan, M. Singh, U. Tantipongpipat, W. Xie // Proceedings of the Thirty-Second Conference on Learning Theory, PMLR. 2019. Vol. 99. P. 2210—2258.
- [4] Михалев А. Ю., Оселедец И. В. Прямоугольные подматрицы максимального объема и их вычисление // Доклады академии наук. 2015. Т. 462, № 1. С. 19—20.
- [5] Nikolov A., Singh M. Maximizing Determinants under Partition Constraints // Proceedings of the Forty-Eighth Annual ACM Symposium on Theory of

Computing, STOC '16. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2016. P. 192—201.

[6] Osinsky A. I. Volume-based subset selection // Numerical Linear Algebra with Applications. 2023. Vol. 31, Iss. 1. P. e2525.

## МЕТОД КОЛЛОКАЦИЙ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧ РАССЕЯНИЯ И ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Сетуха Алексей Викторович, Чжоу Минъян

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: setuhaav@rambler.ru, bourbaki37@gmail.com

Рассматривается задача рассеяния монохроматической электромагнитной волны на системе идеально проводящих объектов (тел, ограниченных замкнутыми поверхностями, или экранов). Так же рассматривается класс задач излучения антенн с идеально проводящими элементами, которые сводятся к моделированию рассеяния на элементах (рефлекторах) антенны заданного поля, создаваемого источниками возбуждения.

Электрическое и магнитное поля описываютя неизвестными векторными функциями  $\vec{E}(x)$ ,  $\vec{H}(x)$  с зависимостью от времени  $e^{-i\omega t}$ , где t – время,  $\omega$  – круговая частота,  $x=(x_1,x_2,x_3)$  – точки пространства. Эти поля должны удовлетворять уравнениям Максвелла

$$rot\vec{E} = i\omega\mu\vec{H}, \quad rot\vec{H} = -i\omega\varepsilon\vec{E},$$

где  $\varepsilon$ ,  $\mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости внешней среды.

Ищется полное электромагнитное поле (total field) вида  $\vec{E}_{tot} = \vec{E}_{inc} + \vec{E}$ ,  $\vec{H}_{tot} = \vec{H}_{inc} + \vec{H}$ , где  $\vec{E}_{inc}$ ,  $\vec{H}_{inc}$  – заданное первичное поле (incedient field),  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  – неизвестное вторичное поле. При этом на идеально проводящих поверхностях должно выполняться условие равенства нулю касательной компоненты полного электрического поля, на бесконечности должно выполняться условие излучения для вторичного поля.

Неизвестное электрическое поле ищется как поле, индуцируемое поверхностными токами, возникающими на поверхности облучаемых объектов. Для нахождения этих токов записывается граничное интегральное уравнение с сильной особеностью, для решения которого применяется метод кусочнопостоянных аппроксимаций и коллокаций, описанный в работах [1], [2].

Целью настоящей работы является приложение такой численной схемы к решению задачи излучения рупорной антенны. При этом моделируется рефлектор антенны и часть прямоугольного волновода, подходящего к этой антенне. Для возбуждения антенны используется вибратор Герца (отрезок с током), размещаемый внутри волновода. Поле, создаваемое таким источником

возбуждения, рассматривается как первичное поле, которое рассеивается на стенках волновода и рефлекторе антенны.

#### Список литературы

- [1] Захаров Е.В., Рыжаков Г.В., Сетуха А.В. Численное решение трехмерных задач дифракции электромагнитных волн на системе идеальнопроводящих поверхностей методом гиперсингулярных интегральных уравнений // Дифференциальные уравнения. 2014. Т. 50, № 9. С. 1253–1263.
- [2] Сетуха А.В. Метод интегральных уравнений в математической физике. Учебное пособие. М.: Издательство Московского университета, 2023. 316 с.

# Вычислительная устойчивость разложения Холецкого в арифметиках различной точности

Чжан Чжибинь, Ляшев Владимир Александрович

Московский физико-технический институт, e-mail: zhibin@phystech.edu, lyashev.va@mipt.ru

Разложение Холецкого — это метод факторизации квадратной матрицы в виде произведения нижней треугольной матрицы и ее транспозиции. Этот метод используется для решения систем линейных уравнений и положительно определенных матриц [1]. Устойчивость разложения Холецкого зависит от арифметик различной точности [2], используемых при вычислении разложения.

Арифметики с большей точностью обычно обеспечивают более устойчивое разложение, так как они уменьшают ошибки округления, возникающие в процессе факторизации. Однако, использование арифметик высокой точности может привести к увеличению времени вычислений и использованию большего объема памяти. Поэтому важно найти баланс между точностью и эффективностью вычислений, чтобы получить оптимальное решение [3].

Вообще говоря, африметика с плавающей запятой считаются лучше, чем африметика с фиксированной запятой. Это связано с тем, что числа с плавающей запятой имеют больший динамический диапазон и не склонны к числовому переполнению или опустошению. Однако оценить ошибки округления для чисел с плавающей запятой сложнее, чем для чисел с фиксированной запятой.

В целом, арифметика с плавающей запятой считается более предпочтительной по сравнению с арифметикой с фиксированной запятой. Это объясняется тем, что числа с плавающей запятой обладают большим динамическим диапазоном и меньше подвержены числовому переполнению или потере точности. Тем не менее, оценка ошибок округления для чисел с плавающей запятой оказывается более сложной, чем для чисел с фиксированной запятой.

Специфика разложения Холецкого осложняет ситуацию. Известно, что

где можно доказать, что диагональный элементы фактора Холецкого L меньше соответствующих диагональных элементов матрицы A. В данном контексте важность обширного динамического диапазона уменьшается. Следовательно, при одинаковой разрядности, вычисления с использованием фиксированной запятой для разложения Холецкого могут оказаться более точными по сравнению с плавающей запятой. Кроме того, реализация арифметики с фиксированной точкой технически проще, поскольку сложение и умножение чисел с фиксированной точкой не требуют обработки знака порядка.

В рамках этой конференции мы планируем продемонстрировать ошибки округления, связанные с использованием чисел с фиксированной и плавающей запятой, а также сравнить точность. Наша основная цель — найти оптимальный баланс между вычислительной сложностью и точностью декомпозиции.

#### Список литературы

- [1] Higham, Nicholas J. Accuracy and stability of numerical algorithms. Society for industrial and applied mathematics, 2002.
- [2] Wilkinson J H. A priori error analysis of algebraic processes[C]//Intern. Congress Math. 1968, 19: 629-639.
- [3] N. J. Higham and S. Pranesh. Exploiting Lower Precision Arithmetic in Solving Symmetric Positive Definite Linear Systems and Least Squares Problems, SIAM J. Sci. Comput., 43(1):A258–A277, 2021. (19 January 202)

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ МАЛОЙ ВЫБОРКИ

Абрамов Владимир Геннадьевич, Абдул Гани Надим Ахмадович Кафедра алгоритмических языков, e-mail: vlabr@cs.msu.ru, s02220316@stud.cs.msu.ru

В мире, насыщенном информацией, анализ временных рядов становится все более важным инструментом для принятия обоснованных решений в различных областях, от финансов до медицины. Однако, часто сталкиваемся с ситуацией, когда у нас ограниченный объем данных, что создает вызовы для точного и эффективного прогнозирования. Эта статья рассматривает вопрос прогнозирования временных рядов в условиях малой выборки и подчеркивает техники и стратегии, которые помогают добиться высокой точности.

**Понимание особенностей малой выборки в прогнозировании временных рядов.** В сравнении с обширными данными, малые выборки представляют собой особый вызов для аналитиков данных и специалистов по машинному обучению. Прогнозирование временных рядов в таких условиях требует тщательного анализа и выбора методов, способных обеспечить стабильные результаты. Основные проблемы, с которыми сталкиваются исследователи, включают ограниченную информацию для выявления шаблонов и уязвимость к внешним воздействиям.

**Выбор правильных методов анализа временных рядов.** Для успешного прогнозирования на основе малой выборки важно использовать подходящие методы анализа временных рядов. Методы, такие как авторегрессионные модели (AR), скользящее среднее (MA) и их комбинации в виде ARIMA (методология Бокса—Дженкинса) [1][2], могут быть адаптированы для работы с небольшими наборами данных. Важно также учесть структурные изменения и сезонность в рядах, чтобы повысить точность прогнозов.

**Использование машинного обучения и регрессионных методов.** Машинное обучение предоставляет мощные инструменты для работы с ограниченными данными. Алгоритмы, такие как Support Vector Machines (SVM), Random Forest и Gradient Boosting [3], могут быть адаптированы для задач прогнозирования временных рядов. Однако, необходимо осторожно использовать их, учитывая риск переобучения на малой выборке [4].

**Кросс-валидация и оценка результатов.** В условиях малой выборки крайне важно проводить кросс-валидацию для проверки стабильности и обобщающей способности модели. Дополнительно, использование различных метрик оценки, таких как средняя абсолютная ошибка (МАЕ) и среднеквадратичная ошибка (МSE), позволяет более полноценно оценивать качество прогнозов [5].

**Решение проблемы.** Важно обратить внимание на идею комбинирования подходов для достижения более точных прогнозов в условиях ограниченных данных. Вместо того чтобы полагаться исключительно на один метод или модель, следует использовать ансамблевый подход, который объединяет пре-имущества различных методов и компенсирует их недостатки.

Например, можно создать ансамбль моделей, включающий в себя как классические методы анализа временных рядов (например, ARIMA), так и современные алгоритмы машинного обучения (например, Gradient Boosting или Random Forest).

Кроме того, кросс-валидация и оценка результатов должны быть осуществлены на каждой модели в ансамбле, чтобы выбрать наиболее эффективные и надежные компоненты для предсказаний. Дополнительно, использование различных метрик оценки позволит более полноценно оценить качество и устойчивость прогнозов.

- [1] Jason Brownlee Deep Learning for Time Series Forecasting Predict the Future with MLPs, CNNs and LSTMs in Python (2018).
- [2] Zhang G. P. (2003). Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. Neurocomputing, 50, 159-175.
- [3] Box G. E., Jenkins G. M., Reinsel G. C. and Ljung G. M. (2015) Time Series Analysis: Forecasting and Control. John Wiley & Sons, Hoboken.

- [4] Hyndman R. J., & Athanasopoulos G. (2018) Forecasting: principles and practice, 2nd edition, OTexts: Melbourne, Australia.
- [5] Brockwell P. J., & Davis R. A. (2016). Introduction to time series and forecasting. Springer.

### Сравнение свойств нейросетевых архитектур для задач обработки формальных языков

Арсенин Никита Михайлович, Вылиток Алексей Александрович

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: veigh70@yandex.ru, vylitok@cs.msu.su

Современные большие языковые модели (LLM) изучаются как инструмент построения систем искусственного интеллекта и, в частности, как алгоритм машинного обучения. Главная задача языковых моделей состоит в моделировании последовательностей — выводе общего правила из конечного набора конкретных примеров. Оценка качества современных больших языковых моделей базируется на трех основных характеристиках: производительность, скорость работы и эффективность алгоритма обучения.

В оценке производительности важны два критерия: качество интерполяции (обобщения правил для последовательностей, сопоставимых по длине с обучающей выборкой) и качество экстраполяции (обобщения правил для последовательностей, которые существенно длиннее обучающей выборки). В оценке качества интерполяции, в свою очередь, выделяются две наиболее важные для практических систем характеристики: качество работы модели на частных задачах и качество работы с контекстом.

В докладе сравниваются наиболее распространенные архитектуры глубоких языковых моделей по описанным выше характеристикам. В частности, рассматриваются модели рекуррентных нейронных сетей, трансформеров [1], модели пространства состояний [2], а также их современные модификации. Сравниваются как теоретические характеристики моделей, так и значения метрик на практических задачах.

Рассматривается идея применения формальных грамматик для оценки качества интерполяции и экстраполяции языковых моделей. Известно, что рекуррентные нейронные сети и трансформеры полны по Тьюрингу, однако на практических задачах классы распознаваемых ими языков ограничиваются контекстно-свободными языками. Кроме того, способность модели трансформера к экстраполяции сильно зависит от позиционного кодирования и формата входных данных, что не учитывалось ранее в подобных исследованиях. Отдельный интерес вызывают смешанные модели (например, Griffon [3] или Based [4]), которые стремятся объединить преимущества как трансформеров, так и рекуррентных сетей. По-видимому, подобные архитектуры лучше решают зада-

чу экстраполяции, поэтому интересен вопрос о том, какие классы формальных языков могут ими задаваться.

Также многие исследования в области LLM направлены на изучение качества интерполяции в LLM и, в частности, работы с контекстом. Однако большинство работ изучают локальную проблему на очень небольшом наборе данных, что усложняет воспроизводимость и обобщение полученных результатов. Тем не менее, многие частные задачи можно переформулировать в терминах формальных языков. Так, проблему «ассоциативной памяти» («associative recall»), которая является ключевой в вопросе интерполяционных возможностей языковых моделей, можно свести к поиску контекстно-свободной грамматики определенного вида. Возможно, применение аппарата формальных грамматик и на других классах задач позволит получить более значимые и устойчивые результаты.

#### Список литературы

- [1] Ashish V., Noam S., Niki P., Jakob U., Llion J., Aidan N. G., Lukasz K., Illia P. Attention is all you need [Электронный ресурс]. Электрон. дан. URL: https://arxiv.org/pdf/1706.03762.pdf (дата обращения: 07.03.2024).
- [2] Albert Gu, Tri Dao, Stefano E., Atri R., Christopher Ré. HIPPO: Recurrent Memory with Optimal Polynomial Projections [Электронный ресурс].- Электрон. дан. URL: https://arxiv.org/pdf/2008.07669.pdf (дата обращения: 07.03.2024).
- [3] Soham De, Samuel L. S., Anushan F. Griffin: Mixing Gated Linear Recurrences with Local Attention for Efficient Language Models [Электронный ресурс]. Электрон. дан. URL: https://arxiv.org/pdf/2402.19427.pdf (дата обращения: 07.03.2024).
- [4] Arora S. Simple linear attention language models balance the recall-throughput tradeoff [Электронный ресурс]. Электрон. дан. URL: https://arxiv.org/pdf/2402.18668.pdf (дата обращения: 07.03.2024).

# Пути автоматизации построения наборов данных с терминологической разметкой

# Большакова Елена Игоревна, Ветрова Екатерина Александровна, Семак Владислав Викторович

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: eibolshakova@msu.ru, katika.belka@yandex.ru, vlad.semakk@gmail.com

Задача автоматического извлечения терминов из текстов (Automatical Term Extraction, ATE) [1] — одна из традиционных задач в области компьютерной лингвистики, актуальность которой определяется активным развитием науки и появлением новых терминов — слов и словосочетаний, обозначающих понятия

предметных областей (ПО). Для обучения моделей АТЕ и их оценки требуются корпуса с терминологической разметкой, однако из-за сложностей определения терминологичности словосочетаний их разметка выполняется в основном вручную экспертами, что трудоёмко и долго. Как следствие, мало открытых и представительных корпусов с терминологической разметкой.

Среди корпусов с ручной разметкой терминов для задачи АТЕ одним из наиболее тщательно разработанных является АСТЕR [2] — мультиязычный корпус, включающий тексты на трёх языках (английском, французском, нидерландском); для каждого языка представлены тексты в четырёх областях. Кроме размеченных текстов (в формате IOB), корпус содержит списки терминов, извлеченных из этих текстов для каждого языка и ПО.

В данной работе рассматриваются два пути автоматизации терминологической разметки текстов. Первый путь основывается на автоматизированном переводе уже готового корпуса на целевой (русский) язык, а второй предполагает создание программных средств для упрощения процесса ручной разметки терминов экспертом.

В рамках первого пути реализован перевод англоязычного подкорпуса ACTER на русский язык следующим методом:

- 1) автоматический перевод исходных текстов из подкорпуса ACTER;
- 2) автоматический (независимо от этапа 1) перевод списков терминов всех ПО из подкорпуса ACTER;
- 3) перенос разметки из англоязычных текстов в их русскоязычные эквиваленты, полученные на первом этапе.

В рамках второго пути автоматизации был разработан программный модуль, извлекающий из русскоязычного текста термины-кандидаты по заданным грамматическим образцам (например, «Прилагательное-Существительное»: связный граф), а также ранжирующий список кандидатов по метрике терминологичности C-value [3]. Создан также веб-интерфейс для работы эксперта, выполняющего просмотр извлеченных кандидатов (из топа отранжированного списка) и устанавливающего метки терминологичности (термин ПО/термин смежной ПО/нетермин). В функции модуля, реализующего указанный интерфейс, входит проверка консистентности разметки вложенных терминов (матрица квадратичной формы — квадратичная форма).

- [1] Rigouts Terryn A., ACTER Terminology Annotation Guidelines // Ghent University, 2021.
- [2] Rigouts Terryn A., Hoste V., Drouin P., Lefever E. TermEval 2020: Shared Task on Automatic Term Extraction Using the Annotated Corpora for Term Extraction Research (ACTER) Dataset // Proc., 6th International Workshop on

- Computational Terminology (COMPUTERM 2020), Marsaille, France, 2020, C. 85–94.
- [3] Frantzi K., Ananiadou S., Mima H. Automatic Recognition of Multi-Word Terms: The C-value/NC-value method // International Journal on Digital Libraries, vol. 3(2), 2000, C. 115–130.

## МЕТОДЫ ВЫЯВЛЕНИЯ УСТОЙЧИВЫХ СЛОВОСОЧЕТАНИЙ ДЛЯ ПОПОЛНЕНИЯ БАЗ КОЛЛОКАЦИЙ

#### Большакова Елена Игоревна, Каверина Дарья Дмитриевна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: eibolshakova@gmail.com, dashakaverina6@gmail.com

Одним из видов словарной информации, требуемой в задачах компьютерной лингвистики, являются устойчивые словочетания, или коллокации. В круг таких словосочетаний входят фразеологизмы (ахиллесова пята), многословные термины (скорость движения), словосочетания, в которых одно из слов употребляется в переносном значении (острая борьба), а также часто употребляемые выражения (рабочее место).

Для русского языка разработаны большие базы словосочетаний КроссЛексика[1] и CoSyCo[2]. Система КроссЛексика предназаначена для обучения языку и получения справок при написании текстов, она содержит словосочетания, собранные вручную. База CoSyCo, напротив, предназначена для проведения лингвистических исследований и включает словосочетания, отобранные автоматически, с информацией о частотности словосочетаний и их слов-компонент. Система КроссЛексика значительно уступает по числу словосочетаний базе CoSyCo, что требует ее расширения.

В докладе рассматриваются два метода выявления устойчивых словосочетаний для пополения ими базы словосочетаний КроссЛексика. Первый метод основан на ранжировании словосочетаний базы CoSyCo с помощью мер ассоциаций logDice и minimumSensitivity для определения степени их устойчивости. Второй метод базируется на предсказании компонентов словосочетания на основе его контекста, взятого из базы CoSyCo, с помощью языковой трансформерной модели ruBERT.

Для экспериментального исследования методов были рассмотрены словосочетания вида существительное+существительное (борьба мнений) и существительное+глагол (принимать гостей) для 30 частотных существительных. Для оценки выявленных данными методами словосочетаний была проведена их экспертная разметка, а также оценка качества ранжирования на основе метрики средней точности.

Дополнительно рассмотрена задача классификации устойчивых словосочетаний по видам лексических функций. Для обучения классификатора была

использована экспертная разметка, взятая из корпуса СинТагРус[3], а для оценки качества классификации применены метрики точности и полноты.

По результатам исследований предложены способы пополнения системы КроссЛексика новыми устойчивыми словосочетаниями.

#### Список литературы

- [1] Большаков И. А. КроссЛексика большой электронный словарь сочетаний и смысловых связей русских слов // Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии: по материалам ежегодной международной конференции "Диалог 2009". Вып. 8 (15). М.: РГГУ, 2009. С. 45-50.
- [2] Klyshinsky E., Lukashevich N., Kobozeva I. Creating a corpus of syntactic co-occurrences for Russian // Computational Linguistics and Intellectual Technologies: Proceedings of the International Conference "Dialogue 2018 Issue 17 (24). Moscow, 2018. P. 311-324.
- [3] Национальный корпус русского языка. 2003—2023. URL: ruscorpora.ru

### ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ БЕСКОНТЕКСТНЫХ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ЯЗЫКОВ С ПОМОЩЬЮ L-графов

Вылиток Алексей Александрович $^1$ , Лобанов Алексей Михайлович $^2$ 

- <sup>1</sup> Кафедра алгоритмических языков, e-mail: vylitok@cs.msu.su
- <sup>2</sup> Университет МГУ-ППИ в Шэньчжене, ВМК, e-mail: zeromarblectm@gmail.com

Класс детерминированных бесконтекстных (контекстно-свободных) языков играет особую роль в теории формальных языков. Для языков этого класса, в отличие от более широкого класса бесконтекстных языков, алгоритмически разрешимы такие задачи, как проверка равенства двух языков [1] или проверка регулярности языка [2]. Детерминированные языки, с одной стороны, достаточно выразительны, чтобы представлять основные синтаксические конструкции языков программирования, а с другой – легко распознаваемы (линейная сложность по времени распознавания). Поэтому они широко применяются на практике — современные языки программирования в своей синтаксической части по сути являются детерминированными языками, что позволяет применять эффективные алгоритмы для синтаксического анализа, например, LR(1)-анализаторы.

В классической литературе детерминированные языки обычно определяются как языки, допускаемые детерминированными магазинными автоматами [3]. Мы предлагаем новый подход для исследования детерминированных бесконтекстных языков — с помощью L-графов [4], обладающих свойством детерминированности. В [5] был предложен алгоритм построения графа магазинного

автомата (D-графа), сохраняющий свойство детерминированности, а L-графы являются обобщением D-графов.

В докладе рассматриваются различные подходы к определению детерминированности L-графа так, чтобы охарактеризовать весь класс детерминированных контекстно-свободных языков. Предлагаются алгоритмы эквивалентного преобразования из одного детерминированного представления в другое, обсуждается выбор наиболее подходящего детерминированного представления для решения теоретических и практических задач теории детерминированных языков.

#### Список литературы

- [1] Sénizergues G. The equivalence problem for deterministic pushdown automata is decidable. // Lecture Notes in Computer Science. 1997. V. 1256. P.671-681
- [2] Stearns R. E. A Regularity Test for Pushdown Machines. // Inform. and Control. 1967. V.11. N 3. P. 323-340
- [3] Ахо А., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. -Пер. с англ. В 2-х т. Т.1: Синтаксический анализ. Т.1- М.: Мир, 1978.
- [4] Вылиток А. А., Ростовский А. В. О подклассах графовых представлений формальных языков // Сборник тезисов посвященных 300-летию М. В. Ломоносова: «Ломоносовские чтения», 2011 год. 2011. с. 98-99.
- [5] Станевичене Л. И. К теории бесконтекстных языков. М.: рукопись деп. в ВИНИТИ РАН. 2000, N 1556-B00

#### ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ РАБОТЫ С L-ГРАФАМИ

Вылиток Алексей Александрович, Саурин Константин Александрович Кафедра алгоритмических языков, e-mail: vylitok@cs.msu.su, tasoshka654@gmail.ru

В докладе рассматривается разработанная авторами инструментальная система система для работы с L-графами.

L-граф является формой графического представления формальных языков, предложенная в [1]. L-граф использует независимые скобочные системы, влияющие на описываемый L-графом язык, как можно увидеть на рис. 1.

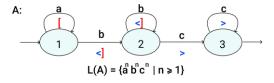


Рис. 1: Пример L-графа.

Важным отличительным свойством L-графов является их выразительная способность, позволяющая с их помощью описывать не только контекстно-свободные языки, но и контекстно-зависимые языки, и даже языки более

широких классов (рекурсивные, рекурсивно-перечислимые) [2]. В настоящий момент других программных инструментов для работы с L-графами нет.

В основу работы предалагаемой системы положено описание внутреннего представления L-графа по принципу списка смежности (рис. 2).



Рис. 2: Внутреннее представление L-графа.

Такой подход позволяет эффективно реализовать операции над L-графами и использовать в алгоритмах, например, автоматического построения L-графа по контекстно-свободной грамматике [3].

Реализация разработанной программной системы на языке Python представлена в репозитории (GitHub) [4].

- [1] Вылиток А. А., Сутырин П. Г. Характеризация формальных языков графами // Сборник тезисов научной конференции «Тихоновские чтения», (Москва, МГУ имени М. В. Ломоносова, факультет ВМК, 25-29 октября 2010 г). 2010.
- [2] Вылиток А. А., Ростовский А. В. О подклассах графовых представлений формальных языков // Сборник тезисов посвященных 300-летию М. В. Ломоносова: «Ломоносовские чтения», 2011 года. 2011. С. 98-99.
- [3] Гинзбург С. Математическая теория контекстно-свободных языков. М.: Издательство "МИР". 1970.
- [4] Страница проекта программной системы для работы с L-графами [Электронный ресурс]. Электрон. дан.— URL: https://github.com/RaidenSA/L-graph system (дата обращения 06.03.2024).

### Автоматизированное построение деревьев зависимостей, размеченных синтактико-семантическими отношениями

Гладышев Глеб Юрьевич, Головин Игорь Геннадьевич

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: s02230354@gse.cs.msu.ru, igolovin@gmail.com

Построение синтаксически размеченных корпусов текста стало особенно актуальным в результате успешного применения современных методов машинного обучения к решению целого ряда прикладных задач компьютерной лингвистики. Цель работы — разработка инструмента для полуавтоматической синтаксической разметки русскоязычного текста. Есть два основных подхода к представлению синтаксической структуры предложения — деревья непосредственно-составляющих (НС—деревья) и деревья зависимостей.

Наш подход отличается тем, что мы используем синтаксический анализатор, который выдает НС-деревья, но грамматика, по которой строятся эти деревья, сконструирована так, что по НС-дереву можно однозначно построить дерево зависимостей, размеченное ССО. Синтаксический анализатор управляется рекурсивной сетью переходов (РСП), которая генерируется автоматически по размеченному корпусу русского языка Синтагрус [1]. Для минимизации сети каждый узел формально рассматривается как недетерминированный конечный автомат, и к нему применяется алгоритм Бржозовски [2] для минимизации числа состояний. Однако даже в минимизированном узле число состояний может превышать сотни, поэтому основная работа по исключению недопустимых деревьев происходит в так называемых операторах, то есть в функциях, автоматически вызываемых анализатором в процессе анализа. Операторы обращаются к словарю, содержащему информацию о ССО между словоформами, и в случае, когда искомое ССО не выполняется, то вариант разбора отбрасывается. Эксперименты показали, что фильтрация по ССО явилась весьма эффективным инструментом минимизации числа результирующих деревьев зависимостей.

Несмотря на большой объем (более 1600 Кбайт) полученной РСП, анализатор для всех предложений из корпуса строит минимальное количество деревьев зависимостей (как правило одно, которое представлено в корпусной разметке) за приемлемое время (порядка минуты). Эксперименты с «неизвестным» грамматике подкорпусом и «известным» словарем ССО показали, что почти в 75% случаев строится корректное дерево разбора. При этом авторы полагают, что это значение может быть увеличено за счет более точного морфологического анализа. Для остальных случаев, как и для непроективных предложений, предполагается ручная разметка экспертами.

#### Список литературы

- [1] Иншакова Е. С., Иомдин Л. Л., Митюшин Л. Г., Сизов В. Г., Фролова Т. И., Цинман Л. И. СинТагРус сегодня // Труды Института русского языка им. В. В. Виноградова. М., 2019. Вып. 21. С. 14–40.
- [2] Brzozowski J. A. Canonical regular expressions and minimal state graphs for definite events. Mathematical Theory of Automata, 1962. T. 12, № 6. C. 529–561.

# **А**ЛГОРИТМЫ МИНИМАКСА В ШАХМАТНОЙ ИНФОРМАТИКЕ

#### Захаров Виктор Борисович, Мостяев Артем Игоревич

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: victorldis@gmail.com, Reistlin12@gmail.com

Цель алгоритма минимакса [1,2] получить в каждом узле дерева оценки, которые можно достигнуть в его листьях, следуя оптимальной стратегии. В докладе описываются модификации алгоритма, примененные для построения и поддержки дерева оценок шахматных дебютов, основанного на анализе шахматными программами 8 миллионов партий. Для каждой позиции получен список ходов (и их оценок), которые были сыграны или могли быть сыграны в партиях. Использование дебютного дерева позволяет избежать ошибок в дебютной стадии партий (примерно 15-25 ходов).

Применены 2 модификации алгоритма: полный минимакс и инкрементный минимакс.

**Алгоритм полного минимакса** применяется для первичного построения дерева. Дале оно наращивается с помощью алгоритма инкрементного минимакса. Особенности минимакса в шахматной информатике следующие:

- 1. Одну и ту же позицию можно получить разными последовательностями ходов. В таких случаях необходимо избежать повторного обхода дерева для новых последовательностей.
- 2. Если позиция оценивается как мат в N ходов, то предшествующая ей позиция должна оцениваться как мат в N+1 ход. То есть, необходимо менять оценку в зависимости от удаления узлов от листьев.
- 3. Встречаются позиции, для которых, несмотря на то, что шахматная программа дает позитивную оценку, все ветки с позитивными оценками ведут к циклам из повторяющихся позиций. Это необходимо оценить как ничью, то есть, дать оценку 0.

Не вдаваясь в детали алгоритма, отметим, что наличие потенциальных циклов в деревьях потребовало сделать алгоритм многопроходным. Процесс минимакса для 30 миллионов позиций выполняется за несколько часов, и требует более 10 итераций обхода дерева.

**Алгоритм инкрементного минимакса** позволяет значительно сократить время построения минимаксного дерева в случаях, когда к нему добавляется небольшое дерево с новыми позициями и ходами. В основе этого алгоритма лежит итерационное связывание новых позиций со старыми посредством генерации всех возможных обратных позиций и их поиска в дереве. Таким образом, выделяется сравнительно небольшое подмножество позиций и ходов, для которого затем выполняется алгоритм полного минимакса. Время работы сокращается с нескольких часов до нескольких минут.

Дебютное дерево используется для обучению шахматным дебютам в программе Chess King Training и для анализа партий в программе Aquarium.

#### Список литературы

- [1] Ахо А., Хопкрофт Д., Ульман Д. Структуры данных и алгоритмы // InterEditions. Париж. 1987, 450 с.
- [2] Maschler M., Solan E., Zamir S. Game Theory // Cambridge University Press. 2013. pp. 176–180. ISBN 9781107005488.

# **АВТОМАТИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ШАХМАТНЫХ** ЗАДАЧ

#### Захаров Виктор Борисович, Пятаков Никита Сергеевич

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: victorldis@gmail.com, pyatackoff.nikita55@gmail.com

Целью работы является классификация шахматных задач по типам применяемых в них комбинационных приемов с использованием методов машинного обучения. В качестве входных данных используются только начальные позиции задач и решения.

В докладе описывается:

- 1. Подбор параметров для классификации.
- 2. Способы выделения этих параметров в задачах.
- 3. Классификация задач на основе одного из методов машинного обучения.
- 4. Методика тестирования.
- 5. Оценка полученных результатов.

В качестве такого алгоритма был выбран RandomForest. В результате удалось классифицировать 7 типов задач с высокой точностью, а именно:

- 1. Advanced pawn. Перевес достигается с помощью превращение пешки, близкой к последней горизонтали.
- 2. Double check. Перевес достигается с помощью двойного шаха.

- 3. Fork. Перевес достигается с помощью вилки одновременного нападения на несколько фигур.
- 4. Hanging piece. Перевес достигается с помощью взятия незащищенной фигуры.
- 5. Mate. Ставится неизбежный мат в 2 хода.
- 6. Ріп. Перевес достигается с помощью связывания вражеской фигуры.
- 7. Sacrifice. Перевес достигается с помощью жертвы фигуры.

Результаты работы используются в шахматной обучающей программе Chess King Learn.

#### Список литературы

[1] Sadler M., Regan N. Game changer // New In Chess. Alkmaar, The Netherlands. 2019. ISBN: 978-90-5691-818-7

### **М**ЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ЭМОЦИЙ В ТЕКСТАХ И АУДИОЗАПИСЯХ

#### Зубарёв Алексей Витальевич, Ефремова Наталья Эрнестовна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: aleksej.zubaryov@yandex.ru, nvasil@list.ru

Появление сети Интернет и широкое распространение социальных сетей и мессенджеров дало пользователям возможность более активно взаимодействовать друг с другом совершенно в разных областях: медицине, образовании, маркетинге, развлечениях и т.п. Основная часть такого взаимодействия происходит с помощью текстов, хотя нередко используются аудио- и/или видеоформаты.

В отличие от живого общения указанные выше форматы не позволяют полноценно распознавать эмоции собеседника, поскольку при обычном разговоре эмоции передаются посредством лексики, тембром голоса, выражением лица и т.д., а при общении, например, через текстовые сообщения нам доступен только текст. В связи с этим автоматизация процесса быстрого и качественного распознавания эмоции особенно актуальна.

В данной работе рассмотрена задача распознавания эмоций в текстах и аудиозаписях. Обычно выделяют четыре основных подхода к ее решению [1, 2]:

- Инженерный подход, методы которого опираются на правила, предварительно составленные экспертами-лингвистами.
- Статистический подход, использующий моделирование вероятности выражения эмоции с учетом контекста.
- Подход, основанный на машинном обучении и использующий как классические алгоритмы машинного обучения, так и нейросетевые модели.
- Гибридный подход, заключающийся в комбинировании методов различных подходов, что позволяет сочетать в себе их достоинства.

Как показывает практика, в текущих реалиях наилучшее качество демонстрируют методы машинного обучения, поэтому для решения задачи нами был выбран третий подход.

В качестве классических алгоритмов машинного обучения мы рассмотрели логистическую регрессию, Наивный Байес, SVM и CatBoost. Из нейросетевых моделей применялись: для обработки текстов — RuBERT, для выделения текста из аудиозаписи — OpenAI whisper-large-v3, для распознавания эмоций из аудио — Facebook HuBERT.

Для обучения выбранных алгоритмов были найдены три набора данных на русском языке:

- 1. CEDR, содержащий аннотированные комментариев из LiveJournal, Lenta и Twitter.
- 2. Ru-GoEmotions, представляющий собой переведённый набор комментариев с форума Reddit.
- 3. Dusha [3], содержащий обезличенные диалоги с умной колонкой от Sber.

Для задачи распознавания эмоций в текстах наилучшее качество показала нейросеть RuBERT. Для аналогичной задачи на аудио — нейросеть HuBERT.

#### Список литературы

- [1] Shivhare Shiv Naresh, Khethawat Saritha. Emotion Detection from Text. // T. 2. 2012. 05.
- [2] M. S. Sinith, E. Aswathi, T. M. Deepa [и др]. Emotion recognition from audio signals using Support Vector Machine. // 2015 IEEE Recent Advances in Intelligent Computational Systems (RAICS). 2015. C. 139-144.
- [3] Kondratenko Vladimir, Sokolov Artem, Karpov Nikolay [и др]. Large Raw Emotional Dataset with Aggregation Mechanism. // 2022.

### ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕАЛИЗАЦИИ ШАХМАТНОЙ ПРОГРАММЫ С ДИНАМИЧЕСКОЙ ОЦЕНКОЙ ПОЗИЦИИ

Корухова Юлия Станиславовна, Оганесян Владимир Григорович

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: yulia@cs.msu.ru, s02200451@gse.cs.msu.ru

Шахматное программирование в течение долгого времени представляло интерес для мирового сообщества и активно развивалось в конце XX века. В настоящее время многие шахматисты используют специальные компьютерные программы при подготовке к партиям, повышая уровень своей игры. Для любителей шахмат также представляется интересным и полезным взаимодействие с шахматистом-компьютером для анализа своих ошибок и углубления понимания игры. На настоящий момент разработка и усовершенствование шахматных программ и алгоритмов остается актуальной, причем особенный

интерес представляют программы, которые оценивают сделанный пользователем ход в контексте партии, могут объяснить его перспективы и, возможно, дать совет о дальнейшем продолжении игры.

В ходе работы были изучены известные шахматные алгоритмы [1,2,3], включая как классические решения на основе минимаксного принципа выбора хода по дереву игры, так и нейросетевые подходы. На основе выбранных методов реализована шахматная программа, которая по результатам тестовых партий обыгрывает противников, имеющих первый разряд по системе рейтингов ЭЛО в шахматах. Кроме вычисления очередного хода компьютером, данная программа оценивает ход игрока-человека и дальнейшую перспективу развития игры, предоставляя информацию пользователю в текстовом виде. При разработке программы были выбраны и реализованы следующие методы и алгоритмы шахматного программирования:

- Alpha-Beta процедура с амортизацией отказов,
- перебор с нулевым окном,
- метод поиска с основным вариантом (Principal Variation Search),
- хэш-таблицы с техникой Zobrist-ключей,
- методы сортировки перемещений.

Программа имеет графический интерфейс для удобного взаимодействия с пользователем. Предложенный в работе подход позволяет использовать программу как игрока-помощника при обучении или подготовке к турнирам. Успешные ходы и результаты сыгранных партий сохраняются для возможного повторного изучения пользователем.

- [1] Корнилов Е. Н. Программирование шахмат и других логических игр. СПб. : БХВ-Петербург, 2005. 272 с.
- [2] Большакова Е. И., Мальковский М. Г., Пильщиков В. Н. Искусственный интеллект. Алгоритмы эвристического поиска: учеб. пособие. М.: Издательский отдел факультета ВМК МГУ, 2002. 83 с.
- [3] Захаров В. Б., Мальковский М. Г., Мостяев А. И. О решении проблемы шахматных 7-фигурных окончаний // Программирование. 2019. № 3. С. 14—17.

### Визуализация профилей графических ускорителей с использованием открытых технологий

Кузина Лариса Николаевна, Кожевников Евгений Владимирович

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: kln@cs.msu.ru, dovvakkin@yandex-team.ru

Современные методы искусственного интеллекта и машинного обучения становятся все более вычислительно сложными и, как следствие, требовательными к вычислительным ресурсам [1]. Это обуславливает рост значимости процесса профилирования (анализа производительности) моделей с целью максимально эффективного использования имеющегося оборудования [2].

Фактически стандартной технологией для выполнения задач машинного обучения на графических процессорах является NVIDIA CUDA, главным же профилировщиком CUDA-программ выступает Nvidia Nsight Systems [3]. Данный инструмент полезен для анализа производительности GPU, однако имеет определенные недостатки: он проприетарный, что может создавать трудности при лицензировании для разработки, а также используется только локально, что может затруднять коммуникацию в команде.

В данной работе представлен анализ открытых программных средств для визуализации данных подобного рода, из которых был выбран наиболее полно отвечающий формату Nvidia Nsight инструмент. Был подробно описан формат данных профиля, использующийся в Nvidia Nsight, а также изложены особенности процесса создания элементов, отображаемых в Nvidia Nsight на основе этих данных.

Основным результатом работы стал разработанный преобразователь, переводящий профиль Nvidia Nsight в профиль, пригодный для визуализатора Perfetto [4]. Четкое описание функционала и методики применения преобразователя играет значительную роль для возможных будущих проектов на схожую тему, позволяя ускорять и упрощать разработку и оптимизацию моделей ИИ.

- [1] Pope R. et al. Efficiently scaling transformer inference // Proceedings of Machine Learning and Systems, 2023. T. 5.
- [2] Bridges R. A., Imam N., Mintz T. M. Understanding GPU power: A survey of profiling, modeling, and simulation methods // ACM Computing Surveys (CSUR). 2016. T. 49. № 3. C. 1-27.
- [3] NVIDIA Nsight Systems [Электронный ресурс]. Электрон. дан. URL: https://developer.nvidia.com/nsight-systems (дата обращения 15.12.2023)
- [4] Perfetto [Электронный ресурс]. Электрон. дан. URL: https://perfetto.dev (дата обращения 05.03.2024)

## Повышение качества модели распознавания жестовых слов с использованием временных сегментов

## Ли Сынгжу, Полякова Ирина Николаевна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: nugejus@naver.com, polyakova@cs.msu.ru

WLASL[1]—это набор данных американского языка жестов на уровне слов. Для создания модели перевода жестовых языков предполагается разработка модели распознавания слов жестового языка. Данный набор данных состоит из видеозаписей. Из-за большого объема видеоданных в процессе разработки возникают ограничения ресурсов. Метод обучения модели на видеофайлах без предварительной обработки требует длительного времени обучения и большого объема оперативной памяти GPU. Кроме того, для распознавания жестового языка необходимо обрабатывать только определенные кадры. Все кадры, кроме значимых, являются повторяющейся и бесполезной информацией. Для решения этих проблем можно оптимизировать набор данных. В этой работе представлен метод высокоэффективной оптимизации набора данных под названием "метод временных сегментов (Тетрогаl Segment Networks)"[2].

**Идея методики.** Идея "метода временных сегментов" заключается в следующем: разделение временной линии видео на определенные сегменты и загрузка случайного изображения из них. Все изображения предварительно извлекаются из видеофайлов и хранятся в определенном каталоге, а информация о всех данных сохраняется в файле аннотации. Осуществление этого метода может способствовать использованию большого объема памяти жесткого диска, но учитывая, что ресурсы жесткого диска не ограничены по сравнению с GPU или оперативной памяти, этим можно пренебречь.

Подстановка задач. Для применения этого метода сравнивается использование ресурсов для исходного набора данных и к которому применен метод. Также экспериментируется с настройками метода для нахождения оптимальных параметров. Для проведения эксперимента используется пакет PyTorch. Искусственная нейронная сеть выполняет свертку изображения с помощью Conv2d и передает выровненный вектор в слой LSTM. Сверточный слой CNN выполняет 4 свертки. Набор данных состоит из 6 классов, каждый из которых содержит 15 видеозаписей, преобразованных в файлы PNG. В файле аннотации сохраняется информация о пути к видео, начальном и конечном кадрах и метке. Среднее значение использования ресурсов сравнивается путем проведения 20 эпох. Также настраиваются параметры метода через grid search.

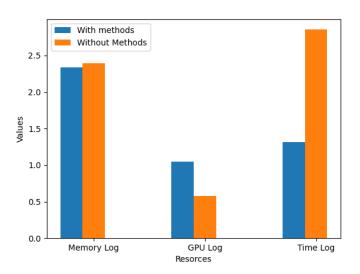


Рис 1: График сравнения траты ресурс.

**Результат сравнения.** Настройки датасета для сравнения являются такими же как в примерах документации[3]. В результате эксперимента установлено, что использование метода сокращает время обучения на 2.173 раз, использование GPU RAM на 0.5514 раз и использование оперативной памяти системы на 1.027 раз по сравнению с набором данных без применения метода(см. Рис. 1). Кроме того, оптимальная настройка датасета с использованием методики "временных сегментов" является следующим (см. Таблица 1):

num_segments	
frames_per_segment	1

Таблица 1: Таблица величины оптимальных параметров оъект датасета

- [1] Word-level Deep Sign Language Recognition from Video: A New Large-scale Dataset and Methods Comparison https://arxiv.org/abs/1910.11006 (дата обращения 21.01.2020)
- [2] Temporal Segment Networks: Towards Good Practices for Deep Action Recognition https://arxiv.org/abs/1608.00859 (дата обращения 2.08.2016)
- [3] temporal-segment-networks https://github.com/yjxiong/temporal-segment-networks
- [4] Jason Brownlee LSTMs for Human Activity Recognition Time Series Classification // Deep Learning for Time Series, August 28, 2020 https://machinelearningmastery.com/how-to-develop-rnn-models-for-human-activity-recognition-time-series-classification/ (дата обращения 04.04.2023)

[5] Deep Learning and Machine Learning with Grid Search to Predict Later Occurrence of Breast Cancer Metastasis Using Clinical Data - https://www.mdpi.com/2077-0383/11/19/5772 (дата обращения 29.09.2022)

## **М**ЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭМОЦИЙ ПЕРСОНАЖЕЙ В ЛИТЕРАТУРНОМ ПРОИЗВЕДЕНИИ

Лукашевич Наталья Валентиновна, Петрова Анастасия Алексеевна Кафедра алгоритмических языков, e-mail: louk\_nat@mail.ru, petrova.anastasi999@gmail.com

Сюжет литературных произведений обычно сосредоточен вокруг персонажей, которые взаимодействуют друг с другом, сближаются или становятся недругами, поскольку у каждого из них есть цели, желания и особенности характера. Предыдущие работы по компьютерному литературоведению включали в себя две задачи: анализ социальных взаимоотношений персонажей и анализ тональности или эмоций. В данной работе представлен алгоритм для автоматического извлечения основных действующих лиц из литературного произведения и определения эмоций, возникающих в процессе их общения.

При решении задачи определения эмоций, связывающих героев, необходимо определять эмоции по отношению к заданной цели, что приводит к задаче таргетированного анализа эмоций [1], который обычно представляет собой определение эмоций автора текста к выделенной цели. Извлечение эмоций, взаимодействующих сущностей в тексте, встречается редко.

Предполагается, что методы, используемые при таргетированном анализе эмоций, возможно применить к задаче определения эмоций двух действующих лиц в тексте. Ранее это было выполнено для текстов на английском языке, переносимость результатов на русский язык также является частью исследования. Ожидается улучшение качества при использовании более современных моделей.

Для извлечения действующих лиц использовалось существующее решение задачи распознавания именованных сущностей с последующим объединением упоминаний, учитывая возможность различных вариантов написания. Для извлечения эмоций использовалась модель из статьи [2], в основе которой лежит нейросетевая архитектура GRU, и предобученная модель BERT. Наборы данных для русского языка, где источниками являются литературные произведения, и существует разметка эмоций или тональности взаимодействий действующих лиц не были обнаружены в ходе обзора существующих решений, поэтому было решено перевести англоязычный набор данных на русский язык. Удалось получить сопоставимые результаты с решением, приводимым для английского языка. Применение модели BERT позволило улучшить результаты.

Данная задача отличается от классической постановки задачи извлечения эмоций, поэтому модель, обученная решать общую задачу извлечения эмоций,

показывает низкое качество работы. Сильное влияние оказывают окружающие обстоятельства, которые сказываются на тексте, как и присутствие других действующих лиц. Использование указаний на интересующие цели помогло улучшить качество работы.

#### Список литературы

- [1] Лукашевич Н. В. Автоматический анализ тональности текстов: проблемы и методы // Казанский международный лингвистический саммит «Языковое разнообразие в глобальном мире» (KILS-2021), 2021
- [2] Kim E., Klinger R. Frowning Frodo, Wincing Leia, and a Seriously Great Friendship: Learning to Classify Emotional Relationships of Fictional Characters //Proceedings of the 2019 Conference of the North American Chapter of the Association for Computational Linguistics: Human Language Technologies, Volume 1 (Long and Short Papers). 2019. C. 647-653.

## ПРЕДОБУЧЕННЫЕ ЯЗЫКОВЫЕ МОДЕЛИ В ЗАДАЧЕ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ВЛОЖЕННЫХ ИМЕНОВАННЫХ СУЩНОСТЕЙ

Лукашевич Наталья Валентиновна, Рожков Игорь Сергеевич

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: louk\_nat@mail.ru, fulstocky@gmail.com

**Введение.** Задача распознавания именованных сущностей (*Named Entity Recognition*, *NER*) — это задача поиска фрагментов текста, связанных с некоторыми физическими или абстрактными объектами именами, и их классификации в соответствии с их смысловым классом, таким как, например, человек или организация. Однако поиск таких сущностей связан с немалым количеством трудностей и ограничений. Среди них, например, различный характер разметки таких данных и их малоресурсность.

Среди существующих наборов данных для русского языка большинство не рассматривало ни одну из вышеуказанных проблем. Совсем недавно возникли наборы данных NEREL [1], NEREL-BIO [2] и RuNNE [3], которые позволили рассмотреть указанные ограничения.

**Модель машинного чтения.** Среди множества подходов к решению задачи была выбрана т. н. *модель машинного чтения* (Machine Reading Comprehension, MRC) [4]. Данная модель позволяет переформулировать задачу извлечения вложенных именованных сущностей как задачу ответа на вопросы по заданной последовательности слов.

**Подсказки.** В исследовании рассматривались способы улучшения качества предсказаний сущностей модели MRC в обоих ограничениях. В том числе были предложены новые подсказки:

- N самых частотных сущностей или их компонентов
- «Однословные» контекстная, лексическая и структурная

— «Полные» подсказки для всех внешних (внутренних, вложенных) и мультиподходы

**Результаты.** Эксперименты на ограниченных классах набора данных Runne показали, что использование определений достигает качества в 61.21% по макро F1-мере, в то время как полная лексическая по всем внешним сущностям позволяет улучшить его до 63.88%. Такой результат позволяет сделать вывод о том, что модель машинного чтения получает больше семантической информации из лексических подсказок.

В задаче переноса знаний большинство подсказок позволили получить результаты лучше, чем при обычном обучении, что говорит о пользе переноса знаний из другой области.

Представленные результаты исследования были опубликованы в [1, 2, 3, 5, 6]. Список литературы

- [1] NEREL: a Russian information extraction dataset with rich annotation for nested entities, relations, and wikidata entity links / N. Loukachevitch, E. Artemova, T. Batura, P. Braslavski, V. Ivanov, S. Manandhar, A. Pugachev, I. Rozhkov, A. Shelmanov, E. Tutubalina // Language Resources and Evaluation. 2023. C. 1–37.
- [2] NEREL-BIO: a dataset of biomedical abstracts annotated with nested named entities / N. Loukachevitch, S. Manandhar, E. Baral, I. Rozhkov, P. Braslavski, V. Ivanov, T. Batura, E. Tutubalina // Bioinformatics. 2023. T. 39, № 4. C. btad161.
- [3] Соревнование RuNNE-2022: извлечение вложенных именованных сущностей / Е. Л. Артемова, М. В. Змеев, Н. В. Лукашевич, И. С. Рожков, Т. В. Батура, В. В. Иванов, Е. В. Тутубалина // COMPUTATIONAL LINGUISTICS AND INTELLECTUAL TECHNOLOGIES. RSUH. 2022. Июнь.
- [4] A Unified MRC Framework for Named Entity Recognition / X. Li, J. Feng, Y. Meng, Q. Han, F. Wu, J. Li // Proceedings of the 58th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics. 2020. C. 5849–5859.
- [5] Rozhkov I. S., Loukachevitch N. V. Machine Reading Comprehension Model in Domain-Transfer Task // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2023. T. 44, № 8. C. 3160–3168.
- [6] Rozhkov I. S., Loukachevitch N. V. Prompts in Few-Shot Named Entity Recognition // Pattern Recognition and Image Analysis. 2023. T. 33, № 2. C. 122–131.

186 Новиков М. Д.

## ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПОДДЕРЖКИ ПРАКТИКУМА НА МЛАДШИХ КУРСАХ ФАКУЛЬТЕТА ВМК

### Новиков Михаил Дмитриевич

Кафедра алгоритмических языков, лаборатория вычислительного практикума и информационных систем, e-mail: novikov\_57@mail.ru

На факультете ВМК МГУ разрабатываются три системы, предназначенные для тестирования программ, выполняемых студентами факультета в рамках практикума на ЭВМ. Эти системы тестируют программы на Паскале, Ассемблере и Си, соответственно.

Все три системы проверяют правильность программ в автоматическом режиме, выполняя их для различных наборов исходных данных и сравнивая результаты с эталонами.

Разработка первых двух систем, в основном, закончена; разработка третьей системы начата в 2023 году и будет продолжена. Задачи для тестирования взяты из книг [1 2 3].

Возможности систем следующие.

- 1. Можно тестировать как всю программу целиком, так и фрагмент программы.
- 2. Если по условию задачи программа должна содержать подпрограмму с заданными свойствами, то производится выделение этой подпрограммы из программы и отдельное ее тестирование.
- 3. Производится проверка выполнения в тестируемой программе предъявляемых к ней требований, указанных в [1], [2] и [3].
- 4. Производится ряд дополнительных проверок: в частности, проверяется корректность работы с динамической памятью в программах на языке Паскаль и корректность работы с областью данных и стеком в программах на Ассемблере.

Первые две системы тестирования используются в студенческом практикуме первого курса начиная с 2017 года. Студенты отлаживают свои программы с помощью этих систем и приносят на проверку уже готовые программы. Третью систему предполагается использовать на вечернем отделении факультета начиная с осени 2024 года.

Кроме описанных трёх систем разработана система форматирования программ на Паскале, которая автоматически разбивает исходный текст программы на строки в соответствии с принятыми стандартами (каждый оператор размещается на отдельной строке, используются отступы и т.д.) Эта система облегчает проверку преподавателями структуры студенческой программы.

Все системы написаны в среде Delphi, могут быть запущены на локальном компьютере и не требуют выхода в Интернет. Используются трансляторы Pascal

2.6.4. (в первой системе), MASM 6.14 (во второй системе) и GCC (в третьей системе).

Последние публикации по теме: [4], [5].

#### Список литературы

- [1] Пильщиков В.Н. Язык Паскаль. Упражнения и задачи. М.: Научный мир, 2003, 224 с.
- [2] Бордаченкова Е.А., Панферов А.А. Задания практикума. 1 курс. М.: МАКС Пресс, 2016, 48 с.
- [3] Бордаченкова Е.А. Задачи и упражнения по языку Ассемблера MASM. М.: МАКС Пресс, 2020, 92 с.
- [4] Новиков М.Д. Автоматическое тестирование студенческих программ. Всероссийская научная конференция. Тверь, 2021, с. 235-239.
- [5] Новиков М.Д. *Система автоматического форматирования программ на языке Паскаль*. Евразийский союз учёных (ЕСУ). Т. 12 №115, 2023, с. 18-20.

## **А**ВТОМАТИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ ИНТЕРФЕЙСА ДЛЯ РАССЧИТЫВАЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ НА СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВАХ

Полякова Ирина Николаевна, Самарова Валерия Витальевна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: polyakova@cs.msu.ru, monulaqi@mail.ru

С развитием современных технологий и сложности технических устройств появляются программные среды для выполнения различных задач на этих устройствах. Однако, не всегда можно взять уже разработанные системы для их эксплуатации в конкретной задаче или эксперименте. Некоторые направления затрагивают сравнительно узкие сферы, для которых еще не было разработано соответствующее программное обеспечение. В связи с этим, встает вопрос о реализации собственных систем, которые должны обеспечивать как удобство их использования, функциональности, так и эффективность. Данная тенденция коснулась и программно-информационной среды SIEMNED [1].

Одной из основных сложностей работы с данной системой является невозможность представления на экране пользователя данных, касающихся моделирования процессов на сложных технических устройствах. Эта проблема значительно увеличивает время проведения экспериментов, усложняет процесс получения результатов вычислений на различных этапах, а также в изменяющихся условиях.

Существующие на сегодняшний день подходы построения веб-приложений дают возможность автоматического построения пользовательских интерфейсов путем построения интерфейса по получаемым данным [2, 3]. Это частично

упрощает реализацию автоматического построения интерфейса, однако все еще требует максимального описания каждого из используемых html-элементов. В данной работе предлагается перенести процесс построения пользовательского интерфейса на автоматизированное программное решение, которое использует получаемую конфигурацию для автоматического наполнения необходимых параметров элементов.

В рамках работы реализовано решение автоматизированного построения пользовательского интерфейса с помощью фреймворка Vue.js в виде трех последовательных этапов – осуществлен поиск методов для построения пользовательских интерфейсов, разработан способ автоматического построения функционала и получена его непосредственная реализация. Такое решение помогает в значительной степени упростить разработку программного продукта, проводить оптимизацию существующего кода и наращивание функциональности, сокращая время реализации автоматического построения интерфейсов.

#### Список литературы

- [1] Zhilkin A. S., Sychugov D. Yu., Vysotsky L. I., Sadykov A. D., Soloviev S. Y. Development of a system SIEMNED for integrated modeling of processes in tokamak installations // Journal of Physics: Conference Series, Volume 2090, 10th International Conference on Mathematical Modeling in Physical Sciences (IC-MSQUARE 2021), 6-9 September 2021, Greece (Virtual) doi:10.1088/1742-6596/2090/1/012006
- [2] Рендеринг на клиенте, на сервере и генерация статических сайтов // Хабр [Электронный ресурс]. URL: https://habr.com/ru/articles/526828/ (дата обращения: 03.03.2023).
- [3] React или Angular или Vue.js что выбрать? // Хабр [Электронный ресурс]. URL : https://habr.com/ru/articles/476312/ (дата обращения : 03.03.2023).

## Автоматизация построения онтологий

Степанова Полина Александровна, Груздева Надежда Валерьевна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: Polina1534@yandex.ru, nadezda.v.gruzdeva@gmail.com

Онтологии являются одной из моделей представления знаний различных предметных областей. Автоматизация трудоемкого процесса создания и пополнения онтологий — актуальная задача направления автоматической обработки текстов и анализа данных. Задача извлечения терминов и их семантических связей из текстов для построения онтологий имеет два основных подхода к решению: основанный на правилах (инженерный) и основанный на машинном обучении (нейросетевой).

В данной работе проведен эксперимент по применению этих подходов для извлечения терминов и отношений из русскоязычных текстов выбранной предметной области. В качестве инженерного подхода использовались шаблоны

Шамаева Е. Д.

и правила, написанные на языке LSPL [1]. В качестве нейросетевого подхода выбрана предобученная нейросетевая модель mREBEL [2], являющаяся много-язычной и обученная для задачи извлечения триплетов «субъект — отношение — объект».

Для применения выбранных методов и обработки полученных результатов создано программное средство на языке Python с использованием возможностей библиотек lxml, razdel, pymorphy2. Дополнительно разработано и реализовано программное средство, позволяющее автоматически создавать для отобранных триплетов код на языке OWL, представляющий собой формальное описание онтологии предметной области.

Полученные результаты проанализированы, оценена полнота и точность извлечения триплетов из отобранных для выбранной предметной области документов каждым из методов. Предложен метод отбора триплетов для последующей автоматизированной обработки экспертом.

Результаты извлечения триплетов были использованы для построения понятийной онтологии архитектурных терминов. Получена оценка полноты построенной онтологии с привлечением экспертов данной предметной области.

Полученные в данной работе результаты могут быть использованы для автоматизации построения онтологий предметных областей на основе русско-язычных текстов заданной предметной области, что позволит сократить время работы экспертов в ходе создания таких онтологий.

## Список литературы

- [1] Система для извлечения информации из текстов на базе лексико—синтаксических шаблонов / Е.И. Большакова, К.М. Иванов, А.С. Сапин, Г.Ф. Шариков // Пятнадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием (КИИ-2016). 3–7 окт. 2016 г.: Труды конференции. Т. 1. Смоленск: Универсум, 2016. С. 4–22.
- [2] RED<sup>FM</sup>: a Filtered and Multilingual Relation Extraction Dataset / P.—L. Huguet Cabot, S. Tedeschi, A.—C. Ngonga Ngomo, R. Navigli // Proceedings of the 61st Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (Volume 1: Long Papers). 2023. P. 4326–4343.

## МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ КЛАССИФИКАТОРА ПЕРЕХОДОВ ДЛЯ СИНТАКСИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЕСТЕСТВЕННОГО ЯЗЫКА

### Шамаева Елена Денисовна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: derinhelm@yandex.ru

Синтаксические анализаторы естественных языков возвращают информацию о синтаксических связях между словами в предложении. В данной работе

190 Шамаева Е. Д.

рассматриваются анализаторы, сохраняющие эту информацию в виде дерева зависимостей.

Среди синтаксических анализаторов выделяют группу анализаторов на основе переходов. В таких анализаторах синтаксический анализ происходит за один проход по предложению слева направо. Для разбора используются две вспомогательные структуры: очередь непросмотренных токенов (слов или знаков препинания) и стек просмотренных токенов. Изначально очередь содержит все слова и знаки препинания предложения. В дерево зависимостей могут быть добавлены ребра (и соответствующие вершины-токены) между токенами из очереди и стека. Добавление ребер в дерево зависимостей, перемещение слов между очередью и стеком происходит по определенным правилам, называемым переходами.

В синтаксических анализаторах на основе переходов синтаксический анализ сводится к построению цепочки переходов, а предсказание переходов сводится к задаче классификации. В большинстве анализаторов для предсказания перехода используется машинное обучение, в частности нейронные сети (например, в анализаторах UDPipe1.0 [1], StafordCoreNLP [2], uuparser [3]).

Классификатор должен предсказывать переход на основе стека, очереди и частично-построенного дерева зависимостей. Однако в датасетах хранятся деревья зависимостей, поэтому напрямую вычислить функцию потерь невозможно. Существуют два подхода для решения этой проблемы: 1. вычисление функции потерь шарнира (hinge loss), 2. предварительная трансформация дерева зависимостей в цепочку переходов и вычисление функции потерь по предсказанному переходу и соответствующему переходу из цепочки (на основе дерева зависимостей может быть получено несколько цепочек переходов, в различных анализаторах выбор цепочки происходит по-разному).

Например, в анализаторе uuparser используется функция потерь шарнира. А в StanfordCoreNLP создается обучающая выборка пар (конфигурация, переход). Для ее создания используется прием «наиболее короткий стек».

Обучение классификатора в анализаторе на основе переходов является одним из основных этапов создания анализатора. Выбор способа обучения классификатора влияет на качество работы анализатора и его скорость.

- [1] Straka M., Straková J. Tokenizing, pos tagging, lemmatizing and parsing ud 2.0 with udpipe //Proceedings of the CoNLL 2017 shared task: Multilingual parsing from raw text to universal dependencies. 2017. C. 88-99.
- [2] Chen D., Manning C. D. A fast and accurate dependency parser using neural networks //Proceedings of the 2014 conference on empirical methods in natural language processing (EMNLP). 2014. C. 740-750.

[3] Smith A. et al. 82 Treebanks, 34 Models: Universal Dependency Parsing with Cross-Treebank Models. – 2018.

# Разработка и исследование генераторов псевдослучайных чисел на основе динамических моделей

### Шеханов Алексей Сергеевич, Полякова Ирина Николаевна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: alexeysh2002@yandex.ru, polyak@cs.msu.ru

Разработка генераторов псевдослучайных чисел (ГПСЧ) является актуальной задачей на сегодняшний день, поскольку ГПСЧ используются повсюду, от научных исследований, до игровой индустрии.

Существует множество алгоритмов генерации псевдослучайных чисел, но у каждого из них есть свои положительные стороны и недостатки. В каких-то случаях нужна наиболее возможная криптографическая стойкость, в каких-то наибольшая скорость генерации чисел, именно поэтому стоит уделять должное внимание выбору ГПСЧ для конкретной задачи. В данной работе основной целью является разработка генератора, который будет давать наибольшую степень случайности.

В рамках работы рассматриваются два метода построения генераторов псевдослучайных чисел.

Первый - с помощью логистического отображения:

$$x_{n+1} = 4 * r * x_n * (x_n - 1)$$

И второй - на основе теоремы Вейля:

Обозначим через  $\{x\}$  дробную часть числа x. Если  $\xi$  — иррациональное число, то последовательность  $\{\xi\}, \{2\xi\}, \{3\xi\}, \ldots, \{n\xi\}, \ldots$  равномерно распределена в (0;1). [1]

В качестве  $\xi$  рассматриваются иррациональные непериодические числа, такие как  $\sqrt{2}$ ,  $\pi$ , e,  $\ln(2)$ , для получения наибольшей степени случайности.

Также предлагается метод тестирования и сравнения ГПСЧ на основе энтропии. [2]

Предложенные генераторы псевдослучайных чисел сравниваются с линейным конгруэнтным генератором и вихрем Мерсенна. Все они тестируются с помощью теста на основе энтропии и гистограммы распределения. Результаты визуализируются на графиках и диаграммах.

Авторы выражают благодарность Ульянову М.В. за постановку задачи и участие в получении результатов.

## Список литературы

[1] И. Циглер, Г. Хельмберг, Новейшее развитие теории равномерного распределения, Математика, 1963, том 7, выпуск 3, с. 3–46.

[2] Сметанин Ю.Г., Ульянов М.В., Пестова А.С. Энтропийный подход к построению меры символьного разнообразия слов и его применение к кластеризации геномов растений. Математическая биология и биоинформатика. 2016. Т. 11 № 1 С. 114–126. doi: 10.17537/2016.11.114

# МЕТОДЫ ПРЕДИКТИВНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ЗАДАЧ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ ПОДДЕРЖКИ НАУЧНЫХ ПРОЕКТОВ КЛАССА МЕГАСАЙЕНС

Григорьева Мария Александровна<sup>1</sup>, Попова Нина Николаевна, Шубин Михаил Витальевич, Вартанов Дмитрий Александрович<sup>2</sup>

Современные научные установки класса мегасайенс, такие как Большой адронный коллайдер (LHC) в европейском центре ядерных исследований (CERN), сверхпроводящий коллайдер протонов и тяжёлых ионов (Nuclotronbased Ion Collider fAcility, NICA) \*\* в г. Дубна, центр коллективного пользования «Сибирский кольцевой источник фотонов» (ЦКП «СКИФ», Россия, Новосибирск) † и другие, предполагают наличие крупномастшабной вычислительной инфраструктуры для хранения и обработки большого объёма данных, поступающих с этих установок и генерируемых в процессе научных исследований. Как правило, в качестве вычислительной инфраструктуры используются распределённые системы, суперкомпьютеры или гибридные среды. Данное исследование сфокусировано на распределенных системах грид, отличающихся от кластеров наличием большого количества территориально разрозненных и гетерогенных узлов. Объём данных и количество пользовательских задач в современных экспериментах становится всё больше, что требует разработки новых методов автоматизации управления данными, обеспечивающих оптимальную балансировку и эффективность функционирования вычислительных инфраструктур.

В многопользовательской системе к различным наборам данных обращаются с разной интенсивностью. Более востребованные данные подлежат репликации (дублированнию на многих узлах распределённой системы) и кэшированию в большей степени, в то время как редко используемые данные подлежат архивированию в долговременных хранилищах данных. Такой подход называется управлением данными, основанным на их популярности, где под популярностью понимается количество и частота обращений к данным. В настоящий

 $<sup>^1</sup>$  Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ, e-mail: magsend@gmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: popova@cs.msu.ru, mih.shub@gmail.com, dima.vartan@gmail.com

 $<sup>^{\</sup>parallel}$  The Large Hadron Collider. https://home.cern/science/accelerators/large-hadron-collider.

<sup>\*\*</sup>Мегапроект «Комплекс NICA». https://nica.jinr.ru/.

<sup>&</sup>lt;sup>††</sup>ЦКП СКИФ. https://srf-skif.ru/

момент такое управление данными автоматизированно не полностью. Так, например, в распределённой системе поддержки экспериментов CERN, задача предсказания популярности данных среди пользователей является нетривиальной и активно исследуюется [1]. Помимо этого, для более эффективного управления распределенными ресурсами, полезна предсказуемость загруженности вычислительных центров различными вычислительными задачами. Это позволит своевременно принимать решения относительно управления ресурсами и может быть использовано планировщиками при распределении задач по узлам распределенной системы. Решение перечисленных задач относится к области предиктивной аналитики, и требует большого объема накопленной статистики и разработки различных моделей, связанных с анализом временных рядов.

В рамках данной работы разрабатываются и реализуются методы прогнозирования популярности наборов данных среди пользователей, а также методы прогнозирования загруженности центров обработки данных распределённой системы. Применимость этих методов исследуется на примере распределённой системы Worldwide LHC Computing Grid (WLCG) для данных эксперимента ATLAS (A Toroidal LHC Apparatus) в CERN, что позволяет выполнять тренировку моделей на большом срезе данных, хранящихся в информационных системах эксперимента за многие годы его функционирования. Различные аспекты выполненных работ представлены в рейтинговых рецензируемых журналах [2,3]. Предложенные методы позволяют предсказывать популярность данных и загруженность очередей задач на вычислительных ресурсах с приемлемой точностью на отдельных выборках, прошедших предобработку. Планируется реализация программных компонент, обеспечивающих периодическое дообучеение моделей на вновь поступающих данных, и использование предсказаний в мониторинге эксперимента. Предложенные методики прогнозирования могут быть использованы в широком диапазоне научных приложений, инфраструктурно связанных с крупными распределенными системами.

- [1] Meoni, M., Perego, R., Tonellotto, N. Dataset Popularity Prediction for Caching of CMS Big Data // Journal of Grid Computing. 2018. Vol. 16. no. 2. P. 211–228.
- [2] Exploring Hierarchical Forecasting of Data Popularity in High-Energy Physics Experiments / M. A. Grigorieva, N. N. Popova, D. A. Vartanov, M. V. Shubin // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2023. Vol. 44. P. 3076–3090. https://doi.org/10.1134/S1995080223080206
- [3] Grigorieva, M. Methodology of evaluating ATLAS computing resources in handling user analysis workflows // International Journal of Modern Physics A. 2023. Vol. 38. 2350162. https://doi.org/10.1142/S0217751X23501622

## О СУПЕРКОМПЬЮТЕРНЫХ МОДЕЛЯХ КВАНТОВЫХ ПРОЦЕССОВ

## Кулагин Алексей Владимирович, Мяо Хуэйхуэй

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: alexfmsu@cs.msu.ru, hhmiao@cs.msu.ru

Моделирование квантовых процессов является одной из важнейших областей применения супркомпьютеров. Даже расчеты конфигураций сложных молекул: белков и нуклеиновых кислот требуют применения высокопроизводительных вычислений. В данной работе мы приведем типичный пример суперкомпьютерного решения подобных задач, опирающихся на стандартные модели квантовой электродинамики (КЭД) [1, 2].

Мы предполагаем модифицированную версию модели Джейнса–Каммингса–Хаббарда, в которой фотон взаимодействует с большим количеством оптических полостей, образующих двумерную плоскость. Плоскость оптических резонаторов показана на рис. 1 (а), где полость соединен с другими только посредством оптических волокон. В системе имеется только один свободный фотон, и он может туннелировать из одной полости в другую с туннельных сил  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $\zeta_3$ , соответствующих различным расстояниям. Утечка фотонов не рассматривается, поэтому система закрыта. Мы предполагаем две ситуации и результаты показаны на рис. 1 (b) и (c) соответственно:

- Значение силы постоянно,  $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3$ ;
- Значение силы уменьшается с увеличением расстояния, например:  $\zeta_2 = \frac{\zeta_1}{\sqrt{2}}, \ \zeta_3 = \frac{\zeta_1}{2}.$

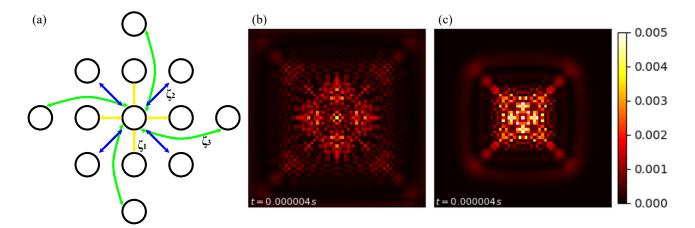


Рис. 1: Модель и результаты.

Мы используем алгоритм Кэннона [3] для распараллеливания алгоритма и получаем ускорение при различных стратегиях параллельных вычислений, как показано в таб. 1. Вычислительная задача состоит из двух этапов. Во-первых,

с помощью ряда Тейлора получить следующие приближенные решения

$$L = exp\left(-\frac{i}{\hbar}Hdt\right) \approx \left[\sum_{k=0}^{n} \frac{(-\frac{i}{\hbar}Hdt)^{k}}{k!}\right]$$
 (1)

$$R = exp\left(\frac{i}{\hbar}Hdt\right) \approx \left[\sum_{k=0}^{n} \frac{\left(\frac{i}{\hbar}Hdt\right)^{k}}{k!}\right]$$
 (2)

где  $H-\Gamma$ амильтониан,  $\hbar-$  приведенная постоянная Планка. Во-вторых, получить унитарную эволюцию зависящую от времени

$$\rho\left(t+dt\right) = L\rho\left(t\right)R\tag{3}$$

Ускорение Этап		
	Аппроксимация Тейлора	Унитарная эволюция
Стратегия		
Без МРІ	1.000	1.000
$3 \times 3 = 9$ ядер	4.321	4.220
$7 \times 7 = 49$ ядер	0.747	0.836
$9 \times 9 = 81$ ядро	0.896	0.841

Таб. 1: Сравнение ускорения различных стратегий распределенных вычислений.

Авторы выражают признательность центру коллективного использования ресурсов ультравысокопроизводительных вычислений (https://www.parallel.ru/) в МГУ за предоставление суперкомпьютерных ресурсов, которые способствовали результаты исследования, представленные в тезисе.

- [1] Jaynes E. T., Cummings F.W., Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser // Proc. IEEE, Vol. 51 (1963), P. 89-109.
- [2] Angelakis D. G., Santos M. F., Bose S., Photon-blockade-induced mott transitions and XY spin models in coupled cavity arrays // Phys. Rev. A, Vol. 76 (2007), P. 031805.
- [3] Cannon L. E., A cellular computer to implement the kalman filter algorithm, PhD Dissertation // Montana State University, USA, (1969).

## РЕАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕДУРЫ ИТЕРАЦИОННОГО УТОЧНЕНИЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ НА ГРАФИЧЕСКИЙ УСКОРИТЕЛЯХ

Куприй Роман Михайлович $^1$ , Жуков Константин Андреевич $^2$ , Краснопольский Борис Иосифович $^3$ 

При решении задач численного моделирования часто возникает необходимость нахождения решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Эта подзадача может занимать значительную часть всего времени вычислений, что делает проблему эффективной реализации поиска решения особенно актуальной.

Для решения возникающих СЛАУ часто применяются различные итерационные численные методы [1]. Один из способов увеличить производительность применяемых методов – использование вычислений с пониженной (одинарной) точностью [2]. Однако, такой подход может привести к ухудшению фактической сходимости метода и повлиять на точность полученного решения.

В настоящей работе обсуждается метод итерационного уточнения [3] для решения СЛАУ. Процедура заключается в использовании двух итерационных методов: вложенного, выполняющего вычисления с пониженной точностью и внешнего, выполняющего вычисления с двойной точностью. Вложенный алгоритм используется для нахождения вектора решения в пониженной точности, а внешний алгоритм – для обновления вектора решения и вычисления невязки уже в двойной точности.

Рассматриваемая процедура ранее была реализована в библиотеке численных методов XAMG [4,5] на CPU. Однако, для ускорения вычислений представляет практический интерес использование графических ускорителей. В докладе будут представлены результаты реализации и тестирования метода, реализованного на GPU и примененного для решения СЛАУ.

- [1] Saad Y. Iterative methods for sparse linear systems. : SIAM: 2nd edition, 2003. 520c.
- [2] Baboulin M., Buttari A., Dongarra J. et al. Accelerating scientific computations with mixed precision algorithms // Computer Physics Communications. 2009. T. 180. № 3. C. 2526–2533.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики; Институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: r.kuprii@imec.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: zhukov\_k@cs.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: krasnopolsky@imec.msu.ru

- [3] Krasnopolsky B., Medvedev A. Evaluating performance of mixed precision linear solvers with iterative refinement // Supercomputing Frontiers and Innovations 2021. T. 8, № 3. C. 4–16.
- [4] Krasnopolsky B., Medvedev A., XAMG: A library for solving linear systems with multiple right-hand vectors // SoftwareX. 2021. T. 14, № 13708. C. 486–500.
- [5] Krasnopolsky B., Medvedev A., XAMG: Source code repository [Электронный ресурс] // URL: https://gitlab.com/xamg/xamg. (дата обращения: 02.03.2024).

## ЭФФЕКТИВНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПОИСКОВЫХ ЗАПРОСОВ В БОЛЬШИХ КОЛЛЕКЦИЯХ ОБЛАКОВ ТОЧЕК

Никольский Илья Михайлович, Дьяченко Даниил Сергеевич

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: nikolsky@cs.msu.ru, danil.dyach@gmail.com

Развитие технологий трёхмерного сканирования вызвало повышенный интерес к обработке цифровых изображений особого рода - так называемых *облаков точек*. Облако точек представляет собой набор точек трёхмерного пространства, составляющих цифровой образ поверхности некоторого предмета.

Весьма актуальной задачей является поиск наиболее похожего объекта в большой коллекции облаков точек. В частности, это важно для распознавания объектов. При поиске происходит сравнение исследуемого облака точек и объекта из коллекции для выяснения степени их сходства. Традиционно для этой цели используется симметричное расстояние Хаусдорфа. Однако оно весьма чувствительна даже к небольшим изменениям облака. В связи с этим необходимо предварительное выравнивание трёхмерных изображений, т.е. поиск такого их взаимного положения, при котором расстояние между ними становится минимально возможно.

В данной работе рассматривается параллельный алгоритм выравнивания облаков точек, в основу которого положен метод итеративного подбора ближайшей точки ICP[1]. Распараллеливание было выполнено с помощью GPU. Исследование эффективности проводилось на большой коллекции трёхмерных сканов. Показано преимущество рассматриваемого алгоритма над выравниванием с помощью анализа главных компонент PCA [2] в плане точности совмещения двух облаков точек друг с другом.

### Список литературы

[1] B. Bellekens, V. Spruyt, R. Berkvens, M. Weyn A Survey of Rigid 3D Pointcloud Registration Algorithms // AMBIENT 2014 : The Fourth International Conference on Ambient Computing, Applications, Services and Technologies, pp 8-13

[2] P. J. Besl, N. D. McKay Method for registration of 3-D shapes // P. S. Schenker, Ed., Apr. 1992, pp. 586–606.

## ОБ АНАЛИЗЕ ТРЁХМЕРНЫХ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ РАЗБИЕНИЯ НА ПРИМИТИВЫ

Никольский Илья Михайлович, Сайбель Тимофей Александрович

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: nikolsky@cs.msu.ru, saibeltimofei@gmail.com

В последние годы, с развитием трёхмерных технологий сканирования и увеличением мощности вычислительных систем, появилась возможность непосредственного получения трёхмерных цифровых копий объектов окружающего мира. Эти копии представляют собой наборы точек пространства  $\mathbb{R}^3$  (так называемые облака точек). В нашем докладе предлагается метод распознавания объектов, представленных облаками точек, на основе графа геометрических примитивов (простейших геометрических форм). Распознавание в нашем алгоритме производится путём поиска в имеющейся базе объекта, наиболее похожего на анализируемый объект. При этом каждый объект представляется в виде графа примитивов — размеченного графа, в котором каждая вершина отвечает одному из составляющих объект примитивов (тип примитива обозначается соответствующей пометкой), а наличие ребра между двумя вершинами означает инцидентность соответствующих примитивов. Такое представление объекта используется, в частности, в обратной инженерии[1] и соответствует человеческому восприятию формы объекта в виде набора частей и их взаимного расположения в пространстве[2]. Ещё одним достоинством представления в виде графа примитивов является его инвариантность к поворотам, что исключает необходимость выполнения ресурсоёмкой операции выравнивания объектов. Разбиение облака на примитивы производится с помощью алгоритма RANSAC (Random Sample Consensus)[3], основанном на итеративной рандомизации выборки точек и оценке параметров геометрических примитивов. Преимуществами RANSAC являются высокая скорость работы, точность выделения геометрических примитивов и способность работать с большими объемами данных. В отличие от многих работ, где выделяются всего три вида примитивов (плоскость, цилиндр, сфера), в данной работе рассматривается набор из пяти простейших форм - плоскость, цилиндр, сфера, конус и тор. Сравнение двух объектов сводится к сравнению соответствующих графов примитивов. В предлагаемой работе в качестве меры схожести двух размеченных графов используется расстояние Левенштейна[4].

#### Список литературы

[1] Varady T., Martin R. R., Cox J. Reverse engineering of geometric models—an introduction //Computer-aided design. – 1997. – T. 29. – №. 4. – C. 255-268.

[2] Singh M, Hoffman D. Part-Based Representations of Visual Shape and Implications for Visual Cognition // Advances in Psychology, V. 130, 2001, pp 401-459

- [3] Schnabel R., Wahl R., Klein R. Efficient RANSAC for point-cloud shape detection //Computer graphics forum. Oxford, UK: Blackwell Publishing Ltd, 2007. T. 26. № 2. C. 214-226.
- [4] Cao B. et al. Measuring similarity between graphs based on the Levenshtein distance //Appl. Math. 2013. T. 7. №. 1L. C. 169-175.

## Математическая модель смерча и уравнения Навье-Стокса

## Баев Андрей Владимирович

Кафедра математической физики, e-mail: drbaev@mail.ru

На основе уравнений непрерывности и движения неоднородной жидкости предложена модель зарождения и развития смерча. Доказано, что основой существования смерча является высокая скорость вращения воздуха, что порождает большой перепад между внешним давлением и давлением во внутренней полости вихря. Установлено, что вязкость воздуха играет существенную роль в математической модели явления. В модели реально наблюдаемого смерча следует учитывать влияние земного тяготения.

Результат математического моделирования получен в форме установившегося автомодельного решения, т. е. сохраняющего пространственные формы при изменении во времени. Показано, что такое решение устойчиво или характеризуется медленным изменением. Предложенная математическая модель свободного движения газа позволяет объяснить и количественно описать процессы зарождения и развития такого природного атмосферного явления как смерч.

Из полученных результатов можно сделать следующие выводы.

- 1. Смерч возникает при движения вниз вихря, зарождающегося в верхних слоях атмосферы и вращающегося с высокой скоростью. Такое движение происходит автомодельно и продолжается с нарастающей скоростью вплоть до поверхности земли.
- 2. Развитие смерча после достижения им земной поверхности является практически стационарным процессом. Исключением является тонкий пограничный слой, который гарантирует выполнение граничных условий на земной поверхности.
- 3. Внешняя форма смерча определяется скоростью вращения. Эта зависимость нелинейна и определяется источником возбуждения в верхних слоях атмосферы. Из этого следует, что нельзя указать единую для всех вихрей геометрическую форму.

- 4. Внутри полости смерча возникает заметное уменьшение (порядка 10-20%) давления по сравнению с регулярным давлением на той же высоте. Это вызывает в полости смерча вертикальный восходящий поток газо-пылевой смеси, а на море — воды.
- 5. В обычных атмосферных условиях причиной исчезновения смерча является не вязкое трение, а отключение внешних сил в верхних слоях атмосферы. Однако наличие вязкости важно и лежит в основе предложенной математической модели.

## Исследование модели конфокальной ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

## Бажитов Сергей Денисович, Разгулин Александр Витальевич<sup>1</sup>, Ларичев Андрей Викторович<sup>2</sup>

 $^1$  Кафедра математической физики, e-mail: cbajitov@gmail.com, razgulin@cs.msu.ru  $^2$  Кафедра медицинской физики, e-mail: larichev@optics.ru

Конфокальные оптические системы широко используются в микроскопии для исследования объектов различной природы, поскольку по сравнению с широкоугольными системами обладают лучшим разрешением при секционировании по глубине. Особенность конфокальной схемы заключается в том, что объект освещается небольшим пятном света, а отраженный сигнал от этого пятна собирается светочувствительным детектором. Перемещая источник света, можно считывать информацию из разных частей объекта в поперечном направлении и по глубине, что актуально для задач медицинской диагностики полупрозрачных живых структур in vivo.

В последнее время конфокальные системы находят применение в офтальмологии [1]. В литературе в основном изучаются классические схемы оптической микроскопии и строятся их математические модели (см., например, [2]). Однако этих фундаментальных исследований обычно бывает недостаточно для непосредственного исследования моделей конкретных конфокальных систем, например, применяющихся в офтальмологических системах диагностики на основе адаптивной оптики. В этом случае приходится учитывать достаточно тонкую специфику оптической схемы, однако и получающаяся на этом пути математическая модель является наиболее адекватной физическому устройству, что позволяет эффективно проводить его исследование и оптимизацию параметров, влияющих на продольное и поперечное разрешение.

В докладе обсуждаются результаты численного исследования конфокальной оптической системы в задаче оптического секционирования трехмерного полупрозрачного объекта для задач офтальмологии. Анализируется влияние размера детектора на захваченную интенсивность изображения. Оценивается количество слоев трехмерного объекта, которые можно секционировать по глубине. Проводятся исследования влияния аберраций (астигматизм, кома и сферическая

аберрации) на зарегистрированную интенсивность объекта. Показана эффективность конфокальной системы для задачи оптического секционирования. Моделированием прямой задачи получен оптимальный размер детектора, при котором влияние слоев вне фокуса минимально. Продемонстрировано, что аберрации высшего порядка не влияют на распознавательную способность конфокальной системы.

Работа выполнена при поддержке МНОШ МГУ «Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина», соглашение № 23-Ш06-20.

#### Список литературы

- [1] Bille J. F. High Resolution Imaging in Microscopy and Ophthalmology. New Frontiers in Biomedical Optics series, Springer, 2019.
- [2] Gu M. Principles of Three-Dimensional Imaging in Confocal Microscopes. World Scientific, Singapore, 1996.

# Обратная граничная задача для сингулярно возмущенной системы уравнений в частных производных

Денисов Александр Михайлович, Соловьева Светлана Ивановна Кафедра математической физики, e-mail: den@cs.msu.ru, sol@cs.msu.ru

Рассматривается начально-краевая задача для сингулярно возмущенной системы уравнений в частных производных

$$\nu u_x(x,t) + \varepsilon u_t(x,t) + \varepsilon a_t(x,t) = Du_{xx}(x,t), \quad (x,t) \in Q_{t_0}, \tag{1}$$

$$a_t(x,t) = \gamma(u(x,t) - a(x,t)), \quad (x,t) \in Q_{t_0},$$
 (2)

$$u(0,t) = \mu(t), \quad 0 \leqslant t \leqslant t_0, \tag{3}$$

$$u(l,t) = 0, \quad 0 \leqslant t \leqslant t_0, \tag{4}$$

$$u(x,0) = 0, \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{5}$$

$$a(x,0) = 0, \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{6}$$

где  $Q_{t_0} = \{(x,t) : 0 \leqslant x \leqslant l, 0 \leqslant t \leqslant t_0\}, \ \nu, \ \varepsilon, \ D, \ \gamma$  - положительные постоянные,  $\varepsilon$  - малый параметр,  $\varepsilon < 1$ .

Формулируется следующая обратная задача. Пусть постоянные  $\nu$ ,  $\varepsilon$ , D,  $\gamma$  заданы, а функция  $\mu(t)$  неизвестна. Требуется определить  $\mu(t)$ , если задана дополнительная информация о решении задачи (1)-(6)

$$u(x_0,t) = g(t), \quad 0 \leqslant t \leqslant t_0,$$

где  $x_0$  - заданное число,  $x_0 \in (0,l)$  , а g(t) - известная функция.

Предлагаются методы построения приближенных решений обратной задачи, основанные на использовании разложения решения начально-краевой задачи

(1)-(6) по малому параметру  $\varepsilon$ . Приводятся оценки погрешности приближенных решений и результаты вычислительных экспериментов по решению обратной задачи.

## НЕЙРОСЕТЕВОЙ НЕЛОКАЛЬНЫЙ МЕТОД ДЛЯ ЗАДАЧИ СОВМЕЩЕНИЯ БИОМЕДИЦИНСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Дроздов Никита Александрович, Сорокин Дмитрий Васильевич

Кафедра математической физики, лаборатория математических методов обработки изображений, e-mail: drozdovna@my.msu.ru, dsorokin@cs.msu.ru

Совмещение – одна из ключевых задач в области обработки биомедицинских изображений. В последние годы набирают популярность методы совмещения изображений, основанные на нейронных сетях. Однако, нейросетевый модели для входных данных большого размера (например, микроскопия или МРТ мозга) требуют значительных вычислительных ресурсов при обучении. В данной работе предложен нейросетевой нелокальный метод для совмещения биомедицинских изображений. Главной особенностью предложенного подхода является возможность производить совмещение на разных разрешениях без существенной потери точности. Это позволяет уменьшить вычислительную сложность обучения нейронной сети.

Нейросетевой метод совмещения на основе нейронного оператора Фурье (Fourier Neural Operator, FNO). Преобразование, применяемое к изображению в ходе совмещения, можно параметризовать с помощью векторного поля деформации. Нейросетевые модели для совмещения изображений тренируются предсказывать это поле на обучающей выборке [1]. Архитектуры таких моделей в основном являются производными от двух классических нейросетевых архитектур — сверточной нейронной сети и "трансформера". В обоих случаях работа модели на разных разрешениях не представляется возможным в виду технических ограничений модели или слишком большой потери качества совмещения.

Предложенный нами подход основан на архитектуре FNO [2]. Данная модель предназначена для аппроксимации непрерывных нелинейных операторов, при этом информация о структуре оператора не требуется. Принцип работы FNO состоит в приближенном нахождении решения операторного уравнения Lu=f на области  $\Omega$  через интегральное представление точного решения с помощью функции Грина:

$$u(x) = \int_{\Omega} G(x, s) f(s) ds.$$

Решение находится через следующий итерационный процесс:

$$u_{t+1}(x) := \sigma \left( W_t u_t(x) + (K u_t)(x) \right) , \tag{1}$$

где  $(Ku_t)(x) := \int_{\Omega} \kappa(x-y)u_t(y)$ , а  $W_t$  и  $\kappa$  являются обучаемыми преобразованиями. Оператор K является сверточным. Применяя теорему о свертке, мы можем параметризовать этот оператор сразу в частотной области. Таким образом можно моделировать нелокальные сверточные ядра, которые существенно меньше зависят от входного разрешения изображений.

Нами была предложена модификация стандартной архитектуры FNO для задачи совмещения, названная FNOReg. Обе модели на основе FNO вместе с классическими архитектурами для совмещения были протестированы на трехмерных снимках MPT мозга из набора данных OASIS-1 [3], где в качестве метрики качества используется метрика Dice для масок сегментации различных отделов мозга. Результаты работы предложенного алгоритма в сравнении с существующими методами приведены в таблице 2.

Модель	#параметров	Dice on 1x	Dice on 0.5x
Initial (only affine)	-	0.544	0.544
Fourier-Net (small)	1.4M	0.757	0.611
Fourier-Net	6.1M	0.761	0.571
Deep Autoencoder	13.5M	0.777	0.572
VoxelMorph	21.1M	0.771	-
FNO (small)	1.3M	0.751	0.746
FNOReg (small)	1.3M	0.753	0.751
FNO (medium)	10.0M	0.766	0.762
FNOReg (medium)	10.0M	0.769	0.763
FNO (large)	22.8M	0.769	0.766
FNOReg (large)	22.8M	0.775	0.772

Таблица 2: Результаты экспериментов

Показано, что потери качества при обучении на изображениях меньшего размера у архитектур на основе FNO составили менее 1%, а других архитектур – 15-20%. При этом модель FNOReg показала более высокое качество совмещение, чем классическая модель FNO.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-41-02002.

- [1] Balakrishnan G. et al. VoxelMorph: a learning framework for deformable medical image registration // IEEE Transactions on Medical Imaging. 2019. T. 38. №. 8. C. 1788-1800.
- [2] Li Z. et al. Fourier neural operator for parametric partial differential equations //arXiv preprint arXiv:2010.08895. 2020.
- [3] Open Access Series of Imaging Studies (OASIS): cross-sectional MRI data in young, mid- dle aged, nondemented, and demented older adults / Marcus D. S., Wang T. H., Parker J., Csernansky J. G., Morris J. C. and Buckner R. L. // J. Cogn. Neurosci. 2007. Sep. Vol. 19, no. 9. P. 1498–1507

# МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СПЕКТРАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ В ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОМ ТЕЛЕ

Зыкова Мария Александровна, Лопушенко Владимир Васильевич Кафедра математической физики, e-mail: zykova.maria@cs.msu.ru, lopushnk@cs.msu.ru

**Введение.** В данной работе рассматривается применение метода [1] в задаче дифракции света на объектах эллипсоидальной формы в свободном пространстве. Интегральное уравнение решается в спектральной области с применением теоремы отсчётов и быстрых алгоритмов вычисления свёрток. На основе полученного решения анализируется диаграмма рассеяния эллипсоидальных частиц с различным соотношением полуосей. Особенностью метода является отсутствие сингулярности в ядре интегрального уравнения. Кроме того, метод предлагает удобную формулу для вычисления диаграммы рассеяния.

**Описание работы.** Для однородного рассеивателя V с диэлектрической проницаемость  $\varepsilon_1$  и достаточно гладкой границей, расположенного в однородном пространстве с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_0$  задача рассеяния сводится к интегральному уравнению [2]:

$$\mathbf{E}(M_0) + \int_V (k_0^2 - k_1^2) \mathbf{G}(M, M_0) \mathbf{E}(M) dV_M = \mathbf{E}^0(M_0), M_0 \in V$$
 (1)

Где  ${\bf E}_0$  — поле плоской электромагнитной волны, падающей на рассеиватель под углом  $\theta_0$ ,  $k_i^2=k^2\varepsilon_i, i=0,1$  — квадраты соответствующих волновых чисел,  ${\bf G}(M,M_0)$  — функция Грина свободного пространства. Переходя в спектральную область, получим векторное уравнение:

$$\widehat{\mathbf{V}} + \frac{1}{(2\pi)^3} [\widehat{K} * (\widehat{\mathbf{G}}\widehat{\mathbf{V}})] = \widehat{\mathbf{V}}^0$$
(2)

Здесь  $\widehat{\mathbf{V}}, \widehat{K}, \widehat{\mathbf{G}}, \widehat{\mathbf{V}}^0$  — Фурье-образы соответственно решения уравнения, функции области, функции Грина и Фурье-образ падающего поля. Полученное уравнение типа свёртки решается методом обобщённых невязок GMRES в системе MATLAB. На основе полученного решения можно выписать представление для диаграммы рассеяния:

$$\mathbf{E}^{sc}(\theta,\phi) = \frac{e^{ik_0R}}{4R\pi} (k_1^2 - k_0^2) \bar{\mathbf{G}} \widehat{V}(k_0 \sin \theta \cos \phi, k_0 \sin \theta \sin \phi, k_0 \cos \theta)$$
(3)

Как следует из (3), для вычисления диаграммы не требуется никаких дополнительных преобразований. В работе получены диаграммы рассеяния для сфероидальных частиц с различными параметрами. Сравнение с аналогичными результатами, полученными методом дискретных источников [3], показало хорошее соответствие.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

#### Список литературы

- [1] Зыкова М. А., Лопушенко В. В. Математическая модель дифракции на основе интегральных уравнений в спектральной области // Прикладная Математика и информатика. 2023. Т. 74 из Труды факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова. С. 51–62.
- [2] Дмитриев В. И., Захаров Е. В. Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики // М. :Изд-во Моск. ун-та. 1987.
- [3] Ерёмин Ю. А., Свешников А. Г. Метод дискретных источников в задачах электромагнитной дифракции // М. :Изд-во Моск. ун-та. С. 182.

## Соотношение устойчивости решения Специального вида системы трех нелинейных уравнений Шредингера и соответствующей ей системы, полученной на основе MULTISCALE-METOДА

Харитонов Дмитрий Михайлович<sup>1</sup>, Трофимов Вячеслав Анатольевич<sup>2</sup>

Метод многомасштабного разложения (multiscale expansion) широко используется при изучении нелинейного уравнения Шрёдингера [1,2] и системах нелинейных уравнений Шрёдингера [3]. Данный метод позволяет получить систему уравнений (далее называемую нами модифицированной), решение которой, как правило, аппроксимирует решение исходной системы с высокой точностью. Однако, при некоторых значениях параметров системы или начальных условиях расхождение между решениями значительно и проявляется при небольших значениях переменной, связанной с многомасштабным разложением.

В данной работе рассматривается система нелинейных уравнений Шрёдингера, описывающую взаимодействие оптических волн на частотах  $\omega, 2\omega, 3\omega$  в среде с квадратичной нелинейностью в приближении длинных импульсов, т.е учитывается изменение комплексных амплитуд взаимодействующих волн только вдоль координаты z - координаты, вдоль которой распространяются оптические волны). Особенность применимости метода многомасштабного разложения исследуется для решения специального вида: модули комплексных

 $<sup>^{1}</sup>$  Кафедра математической физики, e-mail: dmitrykharitonov@cs.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Shieng-Ming Wu School of Intelligent Engineering of SCUT, Guangzhou, China, e-mail: trofimov@scut.edu.cn

амплитуд неизменны при распространении волн, а их фазы изменяются по линейному закону. При этом коэффициенты при z пропорциональны частотам взаимодействующих волн.

Анализ подобных решений исходной и модифицированной системы, записанной для слагаемых порядка O(1), показал следующее: 1) Количество решений задач совпадает. 2) Отношения модулей комплексных амплитуд волн на частотах  $\omega$  и  $3\omega$  совпадают для обеих систем. 3) Решения различаются по амплитуде волны на частоте  $2\omega$  поскольку в модифицированной системе слагаемое разложения порядка O(1) для этой волны отсутствует. Решение исходной системы содержит ненулевую амплитуду волны на удвоенной частоте, имеющую порядок малости, соответствующий малому параметру.

Таким образом, в начальном сечении решения специального вида исходной и модифицированной систем близки друг к другу и каждое из решений можно рассматривать как возмущение по отношению к другому, и вопрос применимости метода многомасштабного разложения сводится к вопросу устойчивости решения специального типа.

Данное утверждение подтверждено анализом устойчивости решения специального типа модифицированной системы и результатами компьютерного моделирования: если ее решение неустойчиво, то в его окрестности различие между решениями исходной и модифицированной систем существенно. В противном случае различие между решениями соответствует порядку малости.

Д.М. Харитонов благодарит Московский центр фундаментальной и прикладной математики (соглашение № 075-15-2022-284) за финансовую поддержку работы.

- [1] Frantzeskakis D. J., Malomed B. A. Multiscale expansions for a generalized cylindrical nonlinear Schrödinger equation // Physics Letters A. 1999. T. 264, № 2-3. C. 179-185.
- [2] Effective lensing effects in parametric frequency conversion. / C. Conti, S. Trillo, P. Di Trapani, J. Kilius, A. Bramati, S. Minardi, W. Chinaglia, G. Valiulis // JOSA B. 2002. T. 19. № 4. C. 852-859.
- [3] Высокоэффективная генерация третьей гармоники в среде с квадратичной и кубичной нелинейностями в результате каскадной генерации второй гармоники / В. А. Трофимов, Д. М. Харитонов, М. В. Федотов, Ю. Ян, Ч. Дэн // Квантовая электроника. 2023. Т. 53, № 8. С. 645–660.

## Авторский указатель

Абдул Гани Н. А., 165

Абрамов В. Г., 165

Аввакумов С. Н., 144

Александров А. В., 106

Анашин В. С., 17

Ангелов Г. А., 55

Ануфриев А. С., 35

Аристов А. И., 69

Арсенин Н. М., 167

Арутюнов А. В., 56, 57

Астраханцев Д. А., 107

Афонина А. А., 79

Бабаян Н. В., 37

Баев А. В., 199

Бажитов С. Д., 200

Балашов В. В., 108

Басалов Я. А., 108

Басков Е.С., 94

Бахтин В. А., 81, 83

Бегишев Р. Р., 59

Безвершенко Л. О., 19

Белов М. А., 95

Белолипецкий А. А., 36

Берговин А. К., 133

Бирюков А. М., 84

Богомолов С.В., 97

Большакова Е. И., 168

Большакова Е. И., 170

Борисенко О. Д., 90

Борисов А. А., 46

Брындина А. А., 99

Буничева А. Я., 99, 100

Вабищевич П. Н., 75

Валиахметов Б. И., 156, 158

Ван С., 139

Вартанов Д. А., 192

Васильев Ю. А., 147, 155

Васин А. А., 37, 39

Васянин О. А., 56

Вертелецкий Н. В., 78

Ветрова Е. А., 168

Владимирова Ю. С., 49, 51

Волканов Д. Ю., 106, 107, 109, 110,

112, 125

Воронцов М. О., 134

Вылиток А. А., 167, 171, 172

Гарькавый И.С., 113

Гиргидов Р. А., 60

Гладышев Г.Ю., 174

Го Фэнжуй, 114

Голембиовский Д. Ю., 41

Голованов Н. С., 91

Головин И. Г., 174

Гончаров И.В., 116

Гончарова М. Н., 142

Григоренко Н. Л., 143

Григорьева М. А., 192

Григорьева О. М., 37

Гриненко А. А., 154

Груздева Н. В., 188

Гусев Г. Д., 87

Дарьина А. Н., 35

Денисов А. М., 201

Долматов А. А., 79, 80

Драницына М. А., 136

Дроздов Н. А., 202

Дьяченко Д.С., 197

Дьяченко Р. Р., 158

**Егоркин А. В., 20** Емельянов Д. П., 70 Ефремова Н. Э., 177 Ечкина Е. Ю., 76 Жуков К. А., 196 Жуковская З. Т., 57 Жуковский С. Е., 57 Журавлева К. А., 63 Задорожная Ю. А., 22 Зайдуллин Р. Р., 23 Захаров В. Б., 175, 176 Захарова Т. В., 137 Зотов И.В., 78 Зубарёв А.В., 177 Зуев Н. В., 125 Зыкова М. А., 204 Идрисов И.Э., 24 Измаилов А. Ф., 43 Ильин А.В., 59 Ильюшин Е. А., 22, 23 Каверина Д. Д., 170 Казачук М. А., 149 Калашников Д. П., 41 Каменщиков М. А., 64 Капустин Н. Ю., 71 Карпов К. М., 114

Киселевская-Бабинина В. Я., 159

Киселёв Ю. Н., 144 Кожевников Е. В., 180 Колганов А. С., 87, 89 Корабулина А.С., 86 Королев В. Ю., 114 Корухова Л. С., 84, 86 Корухова Ю. С., 178 Кочармин М. Д., 89

Катаев Н. А., 81, 83

Киселева В. С., 99

Краснопольский Б. И., 196

Крылов П. А., 66 Крюков В. А., 87, 89 Кузина Л. Н., 180

Кулагин А. В., 194 Куприй Р. М., 196 Куренной Д.С., 44 Курячий Г. В., 107 Лазарев Н. А., 84 Лазухин И. С., 150, 154

Лай Гансюань, 98 Ларичев А. В., 200 Лебединский Ю. Е., 25

Леонов Е. А., 97 Ли Сынгжу, 181 Лобанов А. М., 171

Ложкин С. А., 52 Ломасов Д. В., 75 Лопушенко В. В., 204

Лукашевич Н. В., 183, 184

Лукьяненко Д. В., 156 Лукьяница А. А., 67 Лысак Т. М., 98, 101 Лысенко Д. Р., 117 Лычева Е.О., 119 Ляшев В. А., 164 **Макаров** А. В., 26 Манушин Д. В., 91

Марьевич М. Д., 79 Матвеев С. А., 158, 160

Машечкин И.В., 150 Мещеряков А. В., 152, 153

Михалев Е. К., 52 Могиленец В. М., 121 Морозов В. В., 46, 47 Мостяев А. И., 175 Мухин С. И., 99, 100 Мяо Хуэйхуэй, 194 Назаров А. С., 76

Назаров З. Р., 28 Намиот Д. Е., 19

Намиот Д. Е., 20, 24–26, 28, 29

Наумов И. А., 44 Недумов Я. Р., 86 Никифоров Н. И., 110

Сайбель Т. А, 198

Самарова В. В., 187

Никольский И. М., 197, 198 Самсонов С. П., 142 Санникова Т. Е., 159 Никольский М.С., 145 Никонов М. В., 80 Саурин К. А., 172 Новиков М. Д., 186 Селевенко Р. М., 30 Новикова Н. М., 48 Семак В. В., 168 Нутфуллин Б. М., 22, 23 Сетуха А. В., 163 Оганесян В. Г., 178 Сиваченко А. Д., 39 Озерова Т. А., 90 Слинько М. М., 101 Смелянский Р. Л., 114, 128 Оконишников А. А., 120 Орлов М. В., 144 Соловьев М. А., 91 Орлов С. М., 144 Соловьева С. И., 201 Осинский А.И., 161 Сорока А. Г., 152 Осипа А. Д., 47 Сорокин Д. В., 202 Стамплевский Д. М., 112 Павлова Н. Г., 63 Панов П. В., 137 Степанов Е. А., 130 Панькин М. М., 81 Степанов Е. П., 113, 120, 123, 127 Песков Н. В., 98, 101 Степанова П. А., 188 Петрова А. А., 183 Столяров Р. К., 84 Петровский М. И., 150, 154, 155 Строева Е. Н., 30 Писковский В. О., 116, 117, 119, 121, Ступников С. А., 32 122, 131, 132 Су Ж., 139 Плакунов А.В., 123 Сычугов Д. Ю., 79 Погосбекян М. М., 100 Тан В., 32 Подымов В. В., 53 Тижин Н. Р., 114 Полякова И. Н., 181, 187, 191 Тимошкин М. О., 127 Попова Н. Н., 192 Тихомиров В. В., 74 Торбин Н. В., 141 Порывай М. В., 29 Поспелова И.И., 48 Точилин П. А., 55 Трофимов В. А., 205 Пятаков Н. С., 176 Разгулин А. В., 200 Турдаков Д. Ю., 90, 93 Рожков И. С., 184 Тыртышников Е. Е., 156 Романов А. А., 83 Тэаро К. А., 153 Рындин М. А., 93 Тюшев М. В., 128 Рязанов А. М., 125 Ульянов О. В., 139 Савушкин Е. В., 138 Усков Е. И., 43 Савчук А. М., 72 Ушаков В. Г., 133 Сагалевич В. Д., 122 Фаизов А. И., 51 Садовничая И.В., 72 Филимонова И.О., 155 Сазонов И. Г., 93 Фурсов А. С., 66

Хайлов Е. Н., 145

Харитонов Д. М., 205

Хорошилов А. В., 94, 95

Хохлов Ю. С., 141

**Чепцов В. Ю., 95** 

Чжан Чжибинь, 164

Чжоу Минъян, 163

Чижов И.В., 33

Чикин О. П., 149

Чистобаев А. А., 130

Шамаева Е. Д., 189

Шатков С. А., 146

Шестаков О.В., 134

Шеханов А.С., 191

Шибаев П. П., 131

Широков И. А., 102

Шишкин А. Г., 80

Шобухов А.В., 104

Шпигун И. К., 132

Шубин М. В., 192

Шутова К. Ю., 67

Щёголев М. А., 48

Юровский А. Ю., 79

Ягола А.Г., 156

Янь Чжибай, 43

## Научное издание

## Научная конференция **ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ**

Тезисы докладов 20 марта – 3 апреля 2024

Публикуется в авторской редакции

Подготовка оригинал-макета:
Издательский отдел
Факультета вычислительной математики и кибернетики
МГУ имени М. В. Ломоносова
Лицензия ИД N 05899 от 24.09.2001 г.
119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы,
МГУ имени М.В. Ломоносова, 2-й учебный корпус

Издательство ООО «МАКС Пресс». Лицензия ИД N00510 от 01.12.99 г. 119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2-й учебный корпус, 527 к. Тел. 8(495)939–3890/91. Тел./Факс 8(495)939–3891.

Подписано в печать 20.03.2024 г. Формат 60х90 1/16. Усл.печ.л. 13,25. Тираж 100 (1–8) экз. Заказ 036.

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленных материалов в ООО «Фотоэксперт» 109316, г. Москва, Волгоградский проспект, д. 42, корп. 5, эт. 1, пом. I, ком. 6.3-23H.