

Вопросы к коллоквиуму по курсу «Обыкновенные дифференциальные уравнения» (3 поток, 3 семестр 2015 г.).

1. Понятие дифференциального уравнения. Математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями: движение точки в пространстве, динамика популяции.
2. Понятие решения ОДУ. Постановка задачи с начальными данными (задача Коши) для разрешенного относительно производной ОДУ 1-го порядка. Геометрический смысл задачи Коши. Понятие корректности постановки задачи.
3. Общий интеграл ОДУ первого порядка, примеры.
4. ОДУ в симметричном виде. Понятие параметрического решения. Уравнения в полных дифференциалах (УПД). Теорема о необходимом и достаточном условии УПД.
5. Интегрирующий множитель (ИМ). Теорема о существовании ИМ.
6. Условие Липшица, примеры. Доказательство леммы Гронуолла – Беллмана.
7. Теорема единственности решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной.
8. Теорема существования решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной.
9. Дифференциальное уравнение первого порядка, не разрешенное относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
10. Особые решения уравнения первого порядка. Необходимые условия, примеры.
11. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Понятие решения. Теорема единственности решения задачи Коши для нормальной системы.
12. Теорема существования решения задачи Коши для нормальной системы на всем отрезке.
13. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения n -ого порядка на всем отрезке.
14. Теоремы существования и единственности решения линейной системы ОДУ и решения линейного ОДУ n -ого порядка на всем отрезке.
15. Общие свойства линейного ОДУ n -ого порядка.
16. Линейная зависимость и независимость скалярных функций. Определитель Вронского. Пример.
17. Линейная зависимость и независимость решений линейного однородного ОДУ n -ого порядка. Теорема об альтернативе для определителя Вронского.
18. ФСР для линейного однородного ОДУ n -ого порядка. Теорема о существовании ФСР. Теорема об общем решении линейного однородного ОДУ n -ого порядка.
19. Общее решение линейного неоднородного ОДУ n -ого порядка. Метод вариации постоянных.
20. Построение ФСР для линейного ОДУ n -ого порядка с постоянными коэффициентами.
21. Построение дифференциального уравнения n -ого порядка по известной системе решений. Формула Остроградского-Лиувилля.
22. Общая теория однородных линейных систем ОДУ. Теорема об эквивалентности системы ОДУ матричному ОДУ. Свойства решений матричного ОДУ.
23. Линейная зависимость и независимость вектор-функций. Определитель Вронского. Примеры.
24. Линейная зависимость и независимость решений линейной однородной системы ОДУ. Теорема об альтернативе для определителя Вронского.
25. Фундаментальная система решений (ФСР) для линейной однородной системы ОДУ. Теорема о существовании ФСР. Теорема об общем решении линейной системы ОДУ. Матрицант.
26. Общее решение линейной неоднородной системы ОДУ. Метод вариации постоянных.
27. Построение ФСР для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае существования базиса из собственных векторов матрицы системы.
28. Построение ФСР для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае, когда нет базиса из собственных векторов матрицы системы.